

# ESTUDIO COMPARATIVO DE DOS LEYES DE PROPAGACIÓN DE FISURAS POR FATIGA

*PROYECTO FIN DE CARRERA*

*INGENIERÍA INDUSTRIAL*

ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR

Autor: Ana González Gómez

Tutor: José Fernández Sáez



Universidad  
Carlos III de Madrid





## AGRADECIMIENTOS

*A mi padre, que me hizo entender y amar el maravilloso mundo de la ingeniería desde que era una niña, gracias papá, hoy puedo decir que soy ingeniera gracias a ti.*

*A mi madre, que me levantó después de cada caída y sufrió a mi lado cada derrota, hoy te toca disfrutar de esta victoria junto a mí. Gracias por dar siempre sin pedir nada a cambio.*

*A mi hermano, porque eres lo que me hace sonreír todos los días, hasta en aquellos que parece que nunca se van a terminar. Gracias por enseñarme que es el amor incondicional.*

*A Emilio, porque sólo tú y yo sabemos lo que hemos dejado por el camino para alcanzar este sueño. Gracias por tu infinita comprensión y por tu apoyo incondicional, sin ti nada de esto sería posible. Recuerda, ¡Sonríe siempre!*

*A todas aquellas personas que me apoyaron cuando las fuerzas empezaban a flaquear y que me hicieron ver que siempre hay luz al final del túnel, gracias, sin vosotros nada de esto sería posible.*

*Y finalmente, gracias a mi tutor por darme la oportunidad de aprender a su lado y poner punto y final de la mejor manera posible a esta carrera que tanto me ha dado.*

*“Todo gran sueño comienza con un gran soñador. Recuerda siempre: tienes en tu interior la fuerza, la paciencia y la pasión para alcanzar las estrellas y cambiar el mundo.” Harriet Tubman.*



## ÍNDICE

1. MOTIVACIÓN Y OBJETIVOS .....	14
2. INTRODUCCIÓN A LA MECÁNICA DE LA FRACTURA ELÁSTICA Y LINEAL.....	18
2.1. TIPOS DE FRACTURAS .....	<b>20</b>
2.2. MODOS DE FRACTURA.....	<b>22</b>
2.3. DETERMINACIÓN DEL FACTOR DE INTENSIDAD DE TENSIONES (FIT) .....	<b>23</b>
2.3.1. MÉTODOS ANALÍTICOS .....	23
2.3.2. MÉTODOS EXPERIMENTALES .....	24
2.3.3. MÉTODOS NUMÉRICOS .....	27
2.4. CRITERIO DE FRACTURA.....	<b>28</b>
2.4.1. TENACIDAD DE FRACTURA .....	30
3. INTRODUCCIÓN A LA TEORÍA DE FATIGA.....	33
3.1. HISTORIA DE LA FATIGA .....	<b>33</b>
3.2. CARACTERÍSTICAS DE LA ROTURA A FATIGA .....	<b>34</b>
3.3. ESTADIOS DE FATIGA .....	<b>35</b>
3.3.1. ESTADIO I: INICIACIÓN/NUCLEACIÓN .....	36
3.3.2. ESTADIO II: PROPAGACIÓN ESTABLE .....	36



3.3.3. ESTADIO III: PROPAGACIÓN ACELERADA .....	37
3.4. REGÍMENES DE FATIGA .....	38
3.5. TIPOS DE CARGA QUE GENERAN FATIGA .....	38
3.6. DIAGRAMA S-N .....	42
3.6.1. INTRODUCCIÓN AL DIAGRAMA S-N .....	42
3.6.2. ZONAS EN EL DIAGRAMA DE FATIGA .....	44
3.6.3. COEFICIENTES MODIFICATIVOS DEL LÍMITE DE FATIGA .....	45
3.7. LEYES DE PROPAGACIÓN DE FISURAS .....	46
3.7.1. LEY DE PARIS .....	47
3.7.2. LEY DE FORMAN .....	49
3.8. REGIÓN UMBRAL .....	51
4. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA .....	53
4.1. MATERIAL: ALUMINIO 2124-T851 .....	53
4.2. GEOMETRÍA .....	55
4.3. CASOS DE CARGA A ANALIZAR .....	56
5. LEYES DE PARIS Y FORMAN PARA EL ALUMINIO ALEADO 2124- T851 .....	59
5.1. INTRODUCCIÓN .....	59



5.2.	OBTENCIÓN DE LAS CONSTANTES .....	59
5.3.	INFLUENCIA DE R EN EL COMPORTAMIENTO DE LA LEY DE FORMAN Y PARIS	59
6.	RESULTADOS .....	65
6.1.	ANÁLISIS DE CARGA DE AMPLITUD CONSTANTE.....	65
6.1.1	CÁLCULO DE LA VIDA A FATIGA APLICANDO INTEGRACIÓN NUMERICA.....	66
6.1.2	CÁLCULO DE LA VIDA A FATIGA. INTEGRACIÓN CICLO A CICLO .....	71
6.2.	CARGA ALEATORIA.....	74
6.2.1	GENERACIÓN DE CARGA ALEATORIA .....	75
6.2.2	CÓMPUTO DE CICLOS.....	76
6.2.3	RESULTADOS NUMÉRICOS.....	78
7.	CONCLUSIONES Y ESTUDIOS FUTUROS .....	96
7.1.	CONCLUSIONES.....	96
7.2.	DESARROLLOS FUTUROS.....	97
8.	ANEXO .....	100
8.1.	CODIGO FUENTE PROGRAMA MATLAB .....	100
8.1.1.	PROGRAMA PRINCIPAL.....	100



8.1.2	SUBPROGRAMA LEY DE PARIS Y DE FORMAN CICLO A CICLO SIN	
	RESTRICCIONES .....	103
8.1.2.	SUBPROGRAMA LEY DE PARIS Y DE FORMAN ELIMINANDO CICLOS DE	
	COMPRESION .....	106
8.1.3.	SUBPROGRAMA CALCULAR LEY DE PARIS Y FORMAN TENIENDO EN	
	CUENTA UMBRAL DE FATIGA.....	109
8.1.4.	SUBPROGRAMA CALCULAR LEY DE PARIS Y DE FORMAN: COMPARATIVA	
	DE LOS TRES MÉTODOS AL MISMO TIEMPO .....	112
8.1.5.	LEY DE PARIS Y DE FORMAN: CICLOS DE AMPLITUD CONSTANTE.....	118
9.	BIBLIOGRAFÍA.....	120



## ÍNDICE DE FIGURAS

Fig.1.	Curva transición dúctil- frágil.....	21
Fig.4.	Modos de fractura .....	22
Fig.5.	Ejemplo de principio de superposición.....	23
Fig.6.	Esquema de una banda o galga extensométrica .....	24
Fig.7.	Sistemas de coordenadas y tensor de tensiones en el extremo de la fisura ..	24
Fig.8.	Ejemplo franjas isocromáticas .....	26
Fig.9.	Procedimiento cálculo FIT fotoelasticidad.....	26
Fig.10.	Método de las caústicas.....	27
Fig.11.	Mallado de una pieza y del entorno de la fisura .....	28
Fig.12.	Influencia del espesor en la obtención de $K_C$ .....	29
Fig.13.	Influencia de la temperatura en el $K_C$ .....	30
Fig.14.	Influencia de la velocidad de sollicitación en $K_C$ .....	30
Fig.15.	Esfuerzos variables en un eje de ferrocarril .....	33
Fig.16.	Fractura de un eje por fatiga .....	35
Fig.17.	Estadios I, II y III del desarrollo de una fisura por fatiga.....	35





Fig.18. Representación de los deslizamientos iniciales, formación de extrusiones e intrusiones superficiales y fisuramientos de grano.....	36
Fig.19. Ejemplo de reorientación de la fisura.....	37
Fig.20. Distinción de los tres estadios de fatiga: $\log (da/dN)$ vs. $(\Delta K)$ .....	37
Fig.21. Curva tensión- tiempo .....	39
Fig.22. Representación sinusoidal de la curva S-t .....	39
Fig.23. Tensión alternante .....	40
Fig.24. Tensión pulsante.....	41
Fig.25. Tensión fluctuante .....	41
Fig.26. Tensión fluctuante con tracción más pequeña .....	41
Fig.27. Tensión fluctuante con compresión más pequeña .....	42
Fig.28. Representación gráfica límite de fatiga .....	42
Fig.29. Representación de la resistencia a fatiga .....	43
Fig.30. Ensayo de viga rotatoria a fatiga .....	43
Fig.31. Elaboración del diagrama de fatiga .....	44
Fig.32. Diagrama de fatiga (S-N).....	44



Fig.33. Ejemplo de diagrama S-N de pieza real sometida a tensión alternante con tensión media nula .....	46
Fig.34. Variación de la longitud de fisura $a$ , en función del número de ciclos.....	46
Fig.35. Representación logarítmica del crecimiento de la fisura ( $da/dN$ ) frente a la amplitud del factor de intensidad de tensiones ( $\Delta K$ ) .....	47
Fig.36. Influencia de la relación de tensiones en la propagación de fisura por fatiga según la ley de Forman.....	50
Fig.37. Influencia de $R$ en la propagación de fisura por fatiga: Convergencia de las curvas hacia $\Delta K_{th}$ .....	50
Fig.38. Dependencia de $\Delta K_0$ con respecto de $R$ .....	51
Fig.39. Placa sometida a estudio .....	55
Fig.40. Placa sometida a estudio. Aplicación de carga de amplitud constante. ....	65
Fig.41. Placa sometida a estudio. Aplicación de carga de amplitud variable .....	74
Fig.42. Influencia de la desviación típica en una distribución normal .....	75
Fig.43. Influencia del cambio de media en una distribución normal .....	76
Fig.44. Ejemplo de eliminación de los valores entre picos y valles.....	77
Fig.45. Ejemplo del conteo de ciclos .....	78



## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1 Composición % del Aluminio 2124-T851 .....	54
Tabla 2 Propiedades del Aluminio 2124-T851.....	55
Tabla 3 Cálculo de la vida a fatiga mediante integración con $\Delta\sigma = 100 \text{ MPa}$ y $R=0$ ...	68
Tabla 4 Cálculo de la vida a fatiga mediante integración con $\Delta\sigma = 100 \text{ MPa}$ y $R=0.2$	69
Tabla 5 Cálculo de la vida a fatiga mediante integración con $\Delta\sigma = 100 \text{ MPa}$ y $R=0.5$	70
Tabla 6 Cálculo de la vida a fatiga ciclo a ciclo $\Delta\sigma = 100 \text{ MPa}$ y $R=0$ .....	72
Tabla 7 Cálculo de la vida a fatiga ciclo a ciclo $\Delta\sigma = 100 \text{ MPa}$ y $R=0.2$ .....	73
Tabla 8 Cálculo de la vida a fatiga ciclo a ciclo $\Delta\sigma = 100 \text{ MPa}$ y $R=0.5$ .....	73
Tabla 9 Cálculo del número de ciclos antes de la rotura para un $a_0=0.01 \text{ m}$ . Sin restricciones. ....	79
Tabla 10 Cálculo del número de ciclos antes de la rotura para un $a_0=0.005 \text{ m}$ . Sin restricciones. ....	80
Tabla 11 Cálculo del número de ciclos antes de la rotura para un $a_0=0.002 \text{ m}$ . Sin restricciones. ....	81
Tabla 12 Cálculo del número de ciclos antes de la rotura para un $a_0=0.01 \text{ m}$ eliminando ciclos de compresión .....	83



Tabla 13	Cálculo del número de ciclos antes de la rotura para un $a_0=0.005$ m eliminando ciclos de compresión .....	84
Tabla 14	Cálculo del número de ciclos antes de la rotura para un $a_0=0.002$ m eliminando ciclos de compresión .....	85
Tabla 15	Cálculo del número de ciclos antes de la rotura para un $a_0=0.01$ m teniendo en cuenta el umbral de fatiga.....	87
Tabla 16	Cálculo del número de ciclos antes de la rotura para un $a_0=0.005$ m teniendo en cuenta el umbral de fatiga.....	88
Tabla 17	Cálculo del número de ciclos antes de la rotura para un $a_0=0.002$ m teniendo en cuenta el umbral de fatiga.....	89
Tabla 18	Comparación de los datos experimentales con $a_0=0.01$ .....	91
Tabla 19	Comparación de los datos experimentales con $a_0=0.05$ .....	92
Tabla 20	Comparación de los datos experimentales con $a_0=0.002$ .....	93



## ÍNDICE DE GRÁFICAS

Gráfica 1. Representación Paris y Forman con $R=0.1$ .....	60
Gráfica 2. Representación Paris y Forman con $R=0$ .....	61
Gráfica 3. Representación Paris y Forman con $R=0.2$ .....	61
Gráfica 4. Representación Paris y Forman con $R=0.5$ .....	62
Gráfica 5. Representación Paris y Forman con $R=0.7$ .....	62
Gráfica 6. Cálculo de la longitud crítica de la fisura ( $a_c$ ) con $\sigma_{m\acute{a}x} = 100 \text{ MPa}$ .....	68
Gráfica 7. Cálculo de la longitud crítica de la fisura ( $a_c$ ) con $\sigma_{m\acute{a}x} = 125 \text{ MPa}$ .....	69
Gráfica 8. Cálculo de la longitud crítica de la fisura ( $a_c$ ) con $\sigma_{m\acute{a}x} = 200 \text{ MPa}$ .....	70



*Capítulo 1.*

# MOTIVACIÓN Y OBJETIVOS



## 1. MOTIVACIÓN Y OBJETIVOS

---

El origen de la rotura de un componente por fatiga, es una fisura de pequeñas dimensiones la cual se va agrandando de manera progresiva hasta el momento en el que el material no es capaz de soportar la carga aplicada, produciéndose la rotura instantánea del mismo, dejando patente que las fisuras de fatiga se presentan la mayor parte de su vida como fisuras de muy pequeño tamaño muy difíciles de detectar, convirtiéndose de este modo, los problemas de fatiga, en una de las causas más importantes de fallos en servicio. La Mecánica de la Fractura nos permitirá realizar un análisis cuantitativo de este problema a partir del conocimiento de las leyes de propagación de fisuras sometidas a cargas cíclicas.

El objetivo principal de este proyecto es realizar un estudio comparativo de dos leyes de propagación de fisuras ampliamente usadas en el análisis de la vida a fatiga de un componente, como son la Ley de Paris y la ley de Forman, así como analizar la influencia de otros factores en la evaluación de la vida a fatiga como son la eliminación de los ciclos de compresión o el umbral de fatiga.

La metodología seguida para cumplir estos objetivos ha consistido en realizar un análisis detallado para obtener el número de ciclos que una placa plana de Aluminio 2124-T851 la cual presenta una fisura lateral, será capaz de soportar antes de la rotura, teniendo en cuenta que se impondrá en un primer momento un estado de cargas cuya amplitud es constante y posteriormente un estado de cargas de amplitud variable, siempre haciendo uso de las *ley de propagación de fisuras de Paris y la ley de Forman*.

Empleando el software de cálculo numérico Matlab, se desarrollarán distintos programas que ayudaran a simular el comportamiento de dicha placa y de este modo, poder hacer una comparación entre los ciclos alcanzados antes de la rotura con cada uno de ellos.

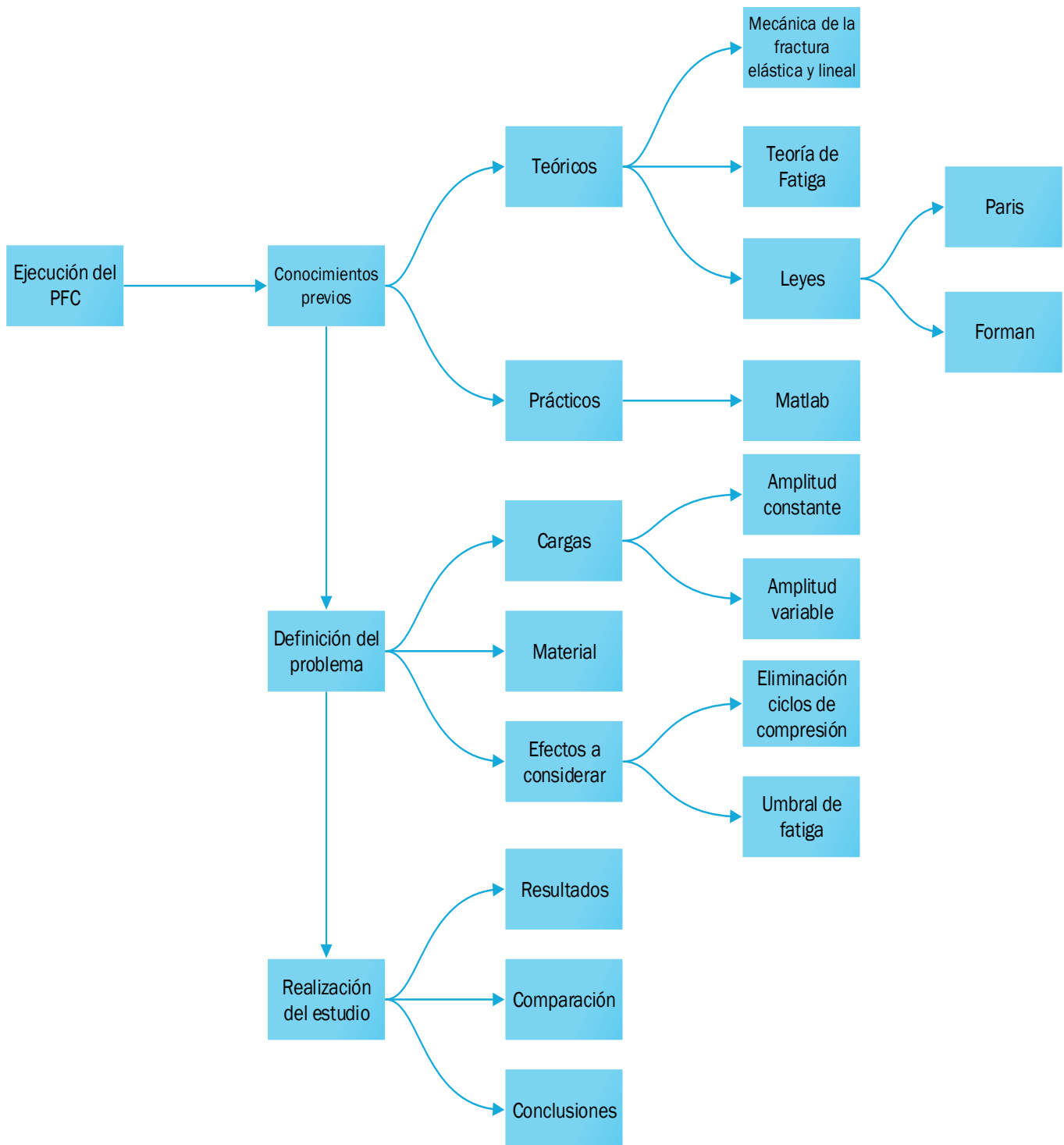
Posteriormente, se tendrán en cuenta distintas condiciones, como la eliminación de *los ciclos de compresión* o el *umbral de fatiga*, analizando la variabilidad obtenida en cada caso y demostrando que la realización de este tipo de estudios son de vital



importancia, ya que manteniendo las tensiones en un determinado rango, se obtendrá un número de ciclos tal, que se alcanzará lo que se denomina “*vida ilimitada*”, dejando de manifiesto la importancia de realizar estudios preventivos en todo tipo de piezas, ya que estos permitirán alargar la vida de la misma.

A continuación, en el siguiente diagrama, se mostrarán los diferentes puntos que se han tenido que seguir para elaborar de manera satisfactoria este proyecto. En él se observará, la necesidad de realizar un estudio previo de los fundamentos de la fractura y fatiga, así como de un conocimiento práctico del software Matlab, para poder desarrollar de manera correcta los diferentes programas incluidos en el *anexo*.





*Esquema 1: Pasos a realizar para la elaboración del PFC*



*Capítulo 2.*

## **INTRODUCCIÓN A LA MECÁNICA DE LA FRACTURA ELÁSTICA Y LINEAL**

**2.1- MODOS DE FRACTURA**

**2.2- DETERMINACIÓN DEL FACTOR DE INTENSIDAD DE TENSIONES**

**2.3- CRITERIO DE FRACTURA**

**2.4- TIPOS DE FRACTURA**



## 2. INTRODUCCIÓN A LA MECÁNICA DE LA FRACTURA ELÁSTICA Y LINEAL

---

La mecánica de la fractura, estudia los procesos de propagación de fisuras en sólidos hasta su situación crítica, así como las distribuciones de deformaciones y tensiones que se dan en materiales fisurados cuando son sometidos a una cierta tensión externa.

De manera simplificada, se puede decir, que la mecánica de la fractura está basada en la idea de comparar la energía disponible para la propagación de una fisura en una estructura, con la energía que necesitaríamos para su fisuración, siendo  $G [J/m^2]$  la *tasa de liberación de energía*, es decir, la energía que se dispone para el avance de la fisura por unidad de área y  $G_c [J/m^2]$  la *tasa crítica de liberación de energía*, que es la energía imprescindible para que se lleve a cabo la fisuración.

En 1957 Irwin, hizo grandes avances en la mecánica de la fractura elástico y lineal, resolviendo el problema del campo elástico de tensiones y de deformaciones en el vértice de una fisura, algo que hasta aquel entonces parecía imposible, ya que se consideraba que en la punta de una fisura las tensiones tendían a infinito, independientemente del valor de la carga aplicada. De este modo Irwin descubrió la denominada *zona plástica*, es decir, la región finita donde el proceso de fractura se concentraba dejando a un lado el análisis totalmente elástico, el cual nos indicaba que éste se concentraba en un sólo punto. De este modo en la zona plástica, las tensiones dejan de ser infinitas al consumirse parte de la energía elástica, en la deformación plástica del material cercano a la punta.

Con el fin de obtener la distribución de tensiones alrededor de la punta de la fisura, Irwin hizo uso de la *función de tensión de Airy* ( $\psi$ ), que debía de satisfacer las condiciones de tensión, deformación y compatibilidad de tensión-deformación.

Para resolver esta función, si el método de fractura es del Modo I, el cual es el más común como se desarrollará en el apartado 2.2 de este proyecto, resulta conveniente que se use la solución impuesta por Westergaard, cuyo campo de tensiones alrededor de la punta de fisura está dado por:



$$\sigma_x = \sigma \sqrt{\frac{a}{2r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[ 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[ 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] \quad (1)$$

$$\sigma_y = \sigma \sqrt{\frac{a}{2r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[ 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[ 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] \quad (2)$$

$$\tau_{xy} = \sigma \sqrt{\frac{a}{2r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \quad (3)$$

Y de forma general por:

$$\sigma_{ij} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) \quad (4)$$

Tras este importante avance, surge el concepto de *factor de intensidad de tensiones* ( $K$ ), adquiriendo una gran importancia en la mecánica de la fractura. Éste depende de la geometría del sólido, incluyendo la longitud de fisura, y de las cargas exteriores, y presenta la siguiente formulación siempre y cuando, sobre la placa se apliquen tensiones de manera perpendicular a la línea de acción del esfuerzo:

$$K = \beta \sigma \sqrt{\pi a} \quad [MPa\sqrt{m}] \quad (5)$$

Donde:

$a$  = la longitud de fisura

$\beta$  = factor geométrico dependiente de la fuerza aplicada y la geometría del defecto

$\sigma$  = esfuerzo nominal aplicado

Por otro lado, el valor del factor de intensidad de tensiones, está relacionado con la *tasa de liberación de energía* ( $G$ ) a través de las propiedades elásticas del material, como se puede comprobar para la condición de inicio de fisura, en la cual se considera que el factor de intensidad de tensiones toma un valor crítico, que hace que la fisura comience a crecer causando la fractura del material. A esto es lo que se le denomina



*factor de intensidad de tensiones crítico*, y viene representado por  $K_c$ , y cuya fórmula depende de si el material presenta tensión o deformación plana de la siguiente manera:

$$\text{TENSIÓN PLANA: } K_c = \sqrt{EG_c} \quad [MPa\sqrt{m}] \quad (6)$$

$$\text{DEFORMACIÓN PLANA: } K_c = \sqrt{\frac{EG_c}{1-\nu^2}} \quad [MPa\sqrt{m}] \quad (7)$$

Siendo  $G_c$  la *tasa crítica de liberación de energía*,  $E$  el *módulo de Young* del material, y  $\nu$  la *relación de Poisson*.

Es importante recordar entonces, que el factor de intensidad de tensiones crítico, depende del material, el espesor de la placa, la temperatura y la velocidad de sollicitación como se verá desarrollado en el apartado 2.4 de este proyecto.

## 2.1. TIPOS DE FRACTURAS

---

Antes de proceder a describir los tipos de fractura, es conveniente recordar que la *ductilidad* en un material se define como la cantidad máxima de deformación plástica que es capaz de soportar dicho material antes de su rotura, y la cual depende de la deformación a la fractura y la reducción del área a fractura  $\left(\frac{\Delta A_f}{A_0}\right)$ .

La ductilidad, determina el tipo de fractura que se produce en el material, pudiendo ser de tipo frágil o dúctil. Todos los materiales sin distinción, pueden presentar un comportamiento a fractura frágil o dúctil dependiendo de la temperatura, existiendo de tal forma, una *temperatura crítica* por encima de la cual el comportamiento a fractura es dúctil y por debajo de la cual es frágil, dando de este modo lugar a tres zonas claramente diferenciadas, reflejadas en la Fig.1:

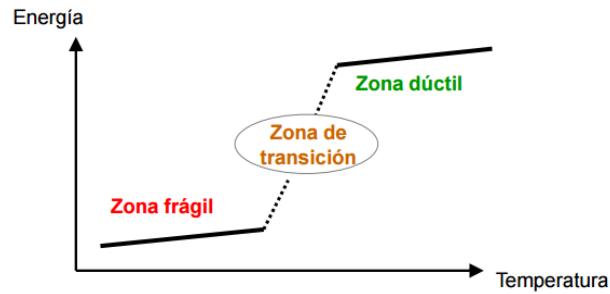


Fig.1. Curva transición dúctil- frágil

Las principales características atendiendo al tipo de fractura son las siguientes:

#### ✓ FRACTURA FRÁGIL

La fractura se producirá formando un ángulo de  $90^\circ$  respecto a la carga aplicada, siendo originada por tensiones normales, lo que dará lugar a superficies de fractura macroscópicamente planas y lisas, así como una estricción escasa, y con una mínima deformación plástica entorno a la fisura.



Fig.2. Tipo de fractura frágil

#### ✓ FRACTURA DÚCTIL

La fractura dúctil se producirá formando un ángulo de  $45^\circ$  con respecto a la carga aplicada originándose a raíz de aplicar tensiones de cizalladura, lo que dará lugar a una superficie de fractura en forma de copa-cono, además de presentar una notable estricción y una deformación plástica perceptible entorno a la fisura. Por otro lado, la superficie de fractura presentará microcavidades al producirse la fractura por desgarro.



Fig.3. Tipo de fractura dúctil

## 2.2. MODOS DE FRACTURA

En 1986, Broek impuso que una fisura en un sólido puede estar sometida a tensión en tres modos diferentes:

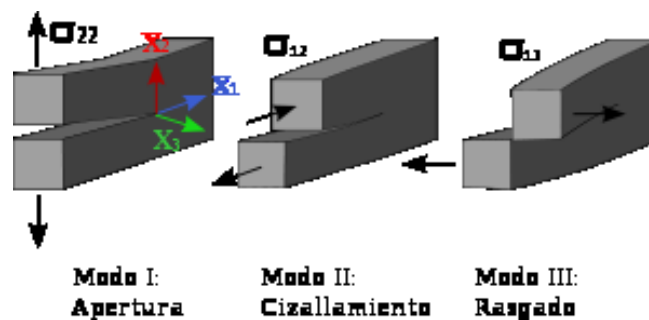


Fig.4. Modos de fractura

**Modo I o Modo de apertura:** Es el que ocurre con mayor frecuencia y en él, la fisura se abre al estar sometida a tensiones normales al plano de la misma. Es decir, presenta una simetría respecto a los planos  $(x_1, x_2)$  y  $(x_1, x_3)$ .

**Modo II o Modo de cizallamiento:** Es aquel en el que aplicando la tensión cortante en el plano de la fisura, se produce un desplazamiento longitudinal de la superficie en dicho plano. Es decir, es aquella que presenta una anti-simetría respecto al plano  $(x_1, x_3)$  y una simetría respecto al plano  $(x_1, x_2)$ .

**Modo III o Modo rasgado:** Correspondiente al desplazamiento que sufren las superficies de la fisura en sentido opuesto al estar aplicada la tensión cortante en planos

diferentes al plano de fisura. Es decir, es aquella que presenta una anti-simetría respecto al plano  $(x_1, x_3)$  y  $(x_1, x_2)$ .

La situación más compleja sería aquella que combinara los tres métodos explicados con anterioridad, pero la mayoría de los casos prácticos de la vida real, se clasifican predominantemente por el *Modo I*.

### 2.3. DETERMINACIÓN DEL FACTOR DE INTENSIDAD DE TENSIONES (FIT)

Existen diversos métodos para el cálculo del factor de intensidad de tensiones:

#### 2.3.1. MÉTODOS ANALÍTICOS

La ventaja que presenta el *factor de intensidad de tensiones* frente a la *energía de deformación* es que el FIT es aditivo, es decir, cuando tenemos una geometría compleja, ésta se puede descomponer en partes, para proceder al cálculo de cada  $K_I$  y posteriormente calcular el FIT total como la suma de cada uno de los  $K_I$  obtenidos. Esto es lo que se conoce como el *principio de superposición*.

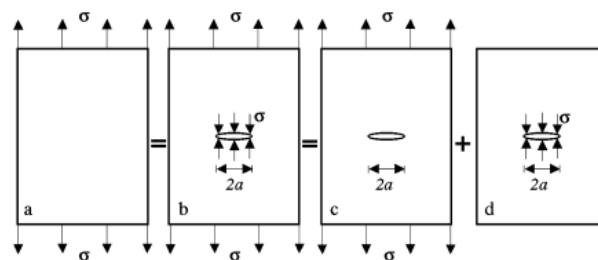


Fig.5. Ejemplo de principio de superposición

De este modo los factores de intensidad de tensiones se pueden sumar, siempre y cuando el modo de fractura sea el mismo en todos los casos. Es decir, de manera general, el factor de intensidad de tensiones se puede representar de la siguiente forma;

$$K_I^{total} = K_I^A + K_I^B + K_I^C \dots \quad (8)$$



Cabe destacar que esta aplicabilidad está limitada a la elasticidad lineal mientras que la energía de deformación no presenta esta desventaja.

### 2.3.2. MÉTODOS EXPERIMENTALES

El requisito para la obtención de  $K$  mediante métodos experimentales es que el material donde se quiera medir el factor de intensidad de tensiones tiene que ser elástico-lineal.

- **EXTENSOMETRÍA ELÉCTRICA**

Este método se basa en el uso de las bandas extensométricas, que son dispositivos capaces de medir deformaciones longitudinales en la dirección de la banda.



Fig.6. Esquema de una banda o galga extensométrica

En este caso, Irwin [1957] basándose en los estudios desarrollado por Westergard [1939], descubrió que los esfuerzos y desplazamientos en la zona del frente de una fisura que se propaga según el Modo I de deformación, en función del factor de intensidad de tensiones ( $K_I$ ), vienen representados por las siguientes ecuaciones:

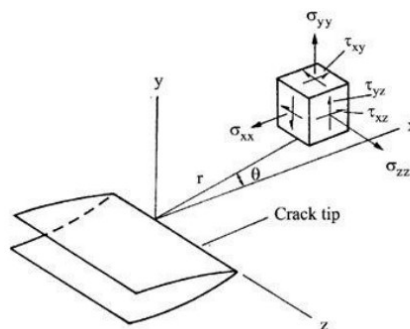


Fig.7. Sistemas de coordenadas y tensor de tensiones en el extremo de la fisura



$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{3}\right)\right] \\ \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{3}\right)\right] \\ \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y) \quad (10)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \quad (11)$$

$$\begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix} = \frac{K_I}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 - 2\nu + \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right] \\ \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[2 - 2\nu - \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right] \end{pmatrix} \quad (12)$$

$$u_z = 0 \quad (13)$$

De ese modo, el factor de intensidad de tensiones puede determinarse experimentalmente a partir de las tensiones y desplazamientos en las proximidades del extremo de la fisura.

- **PRINCIPIO DE LA FOTOELASTICIDAD**

La fotoelasticidad es una técnica usada ampliamente en todos los campos para determinar con exactitud deformaciones superficiales que sirven a su vez para calcular esfuerzos y de este modo, poder calcular el factor de intensidad de tensiones.

Para ello es interesante conocer el término de *líneas isocromáticas*, que es el lugar geométrico de los puntos de un sólido donde la diferencia de tensiones principales permanece constante, y que pueden ser visibles en *materiales birrefringentes*, que son aquellos que tiene la propiedad óptica de desdoblar un rayo de luz incidente en dos rayos linealmente polarizados de manera perpendicular entre sí.

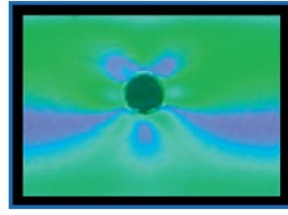


Fig.8. Ejemplo franjas isocromáticas

Se denomina isocromática a aquellas curvas en las que la diferencia entre los valores de las tensiones principales toma un determinado valor:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = cte \quad (14)$$

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = cte \quad (15)$$

Siendo la ley de Brewster:

$$n_1 - n_2 = C(\sigma_1 - \sigma_2) \quad (16)$$

De tal manera que si evaluamos  $\sigma_1 - \sigma_2$  a lo largo de  $\vartheta = cte$ :

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{N\lambda}{Ce} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \quad (17)$$

$$\frac{1}{\sqrt{r}} = \frac{\sqrt{2\pi\lambda}}{C e} \frac{1}{K_I} N = \frac{A}{K_I} N \quad (18)$$

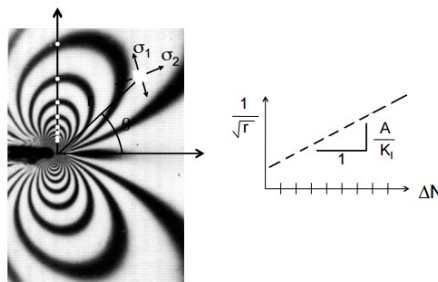


Fig.9. Procedimiento cálculo FIT fotoelasticidad

En la Fig. 9, se representa el cómo haciendo uso de las líneas isocromáticas, es posible obtener un valor del factor de intensidad de tensiones relativo, ya que para obtener un valor de FIT absoluto sería necesario escalar las tensiones.

- **MÉTODO DE LAS CAÚSTICAS**

Este método define que si una placa en Modo I se carga, y se ilumina la región próxima al extremo de la fisura con luz colimada (luz cuyos rayos son paralelos entre sí), en una pantalla situada a una distancia conocida de la superficie iluminada, se pueden recoger los rayos transmitidos o reflejados, para que de este modo y debido al cambio de espesor, los rayos se focalicen en un plano distinto al del sólido, y se cree una zona oscura limitada por una línea brillante que se denomina cáustica.

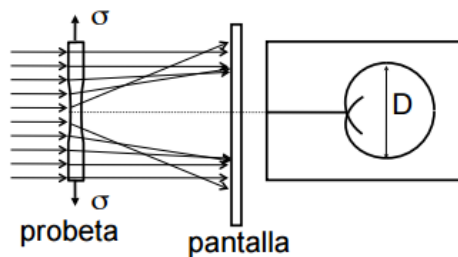


Fig.10. Método de las caústicas

Una vez obtenido la cáustica, con el tamaño de la misma, se pueden calcular los desplazamientos normales a la superficie iluminada, y por tanto tener una medida directa de  $K_I$ .

$$K_I = C(\text{geometría, prop. ópticas}) D^{\frac{5}{2}} \quad (19)$$

### 2.3.3. MÉTODOS NUMÉRICOS

El método numérico más generalizado para el cálculo del factor de intensidad de tensiones es el *estudio mediante elementos finitos* consistente en la simulación virtual de ensayos a través del ordenador haciendo una réplica exacta de la placa y sus fisuras así como de la tensión que se va a aplicar, siendo posible modelar con una gran exactitud la

placa sometida a estudio, motivo por el cual este método tiene un gran interés, ya que como se ha comentado en ocasiones anteriores a lo largo de este proyecto, el factor de intensidad de tensiones se ve influenciado por la geometría.

Para obtener  $K_I$  el método de elementos finitos se basa en la evaluación de los desplazamientos en los nodos que se encuentran entorno al frente de fisura, por lo que si aumentamos el número de nodos, aumenta la precisión del cálculo del factor de intensidad de tensiones pero también aumenta la carga de trabajo en el ordenador donde se realiza el estudio.

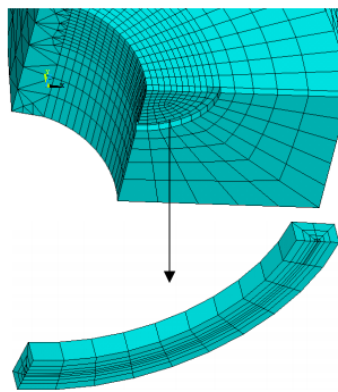


Fig.11. Mallado de una pieza y del entorno de la fisura

## 2.4. CRITERIO DE FRACTURA

---

El criterio de fractura es el siguiente:

$$K=K_c \quad (20)$$

Donde  $K$  es el *factor de tensiones aplicado*, el cual se obtiene a través de cálculos numéricos, y el cual depende a su vez de la geometría, de las cargas exteriores y de la longitud de la fisura.

Y donde  $K_{IC}$  es el *factor de intensidad de tensiones crítico*, el cual se puede medir y depende del material, el espesor, la temperatura y la velocidad de sollicitación, según las gráficas siguientes:

#### ✓ ESPESOR

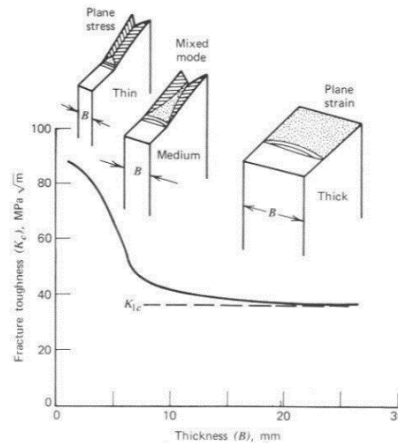


Fig.12. Influencia del espesor en la obtención de  $K_c$

Como se comprueba a través de la Fig.12. el factor de intensidad de tensiones crítico depende del espesor de manera inversamente proporcional, algo que no es bueno, ya que de este modo  $K_c$  no es único para un determinado material sino que se debería asociar un determinado valor de  $K_c$  a cada espesor. Pero como se puede comprobar en esta misma gráfica, la tenacidad de la fractura no depende del espesor, al tratarse de una asíntota horizontal.

#### ✓ TEMPERATURA

Como se demuestra con la Fig.13., el factor de intensidad de tensiones crítico varía en función de la temperatura, aumentando siempre que ésta aumenta, y disminuyendo siempre que la temperatura disminuye. Por lo tanto se puede concluir, que el factor de intensidad de tensiones crítico es directamente proporcional a la temperatura.

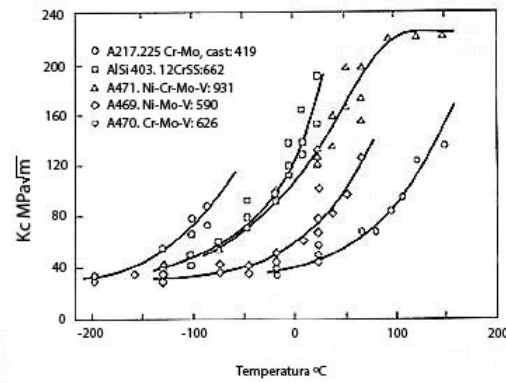


Fig.13. Influencia de la temperatura en el KC

#### ✓ VELOCIDAD DE SOLICITACIÓN

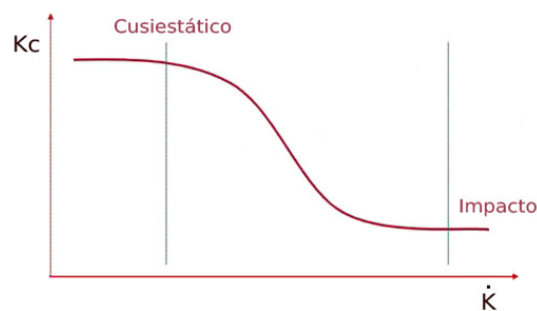


Fig.14. Influencia de la velocidad de sollicitación en Kc

Como se ve representado a través de la Fig.14., el factor de intensidad de tensiones crítico depende de la velocidad de sollicitación, disminuyendo siempre que dicha velocidad aumenta, y siendo por tanto, inversamente proporcional a ésta.

#### 2.4.1. TENACIDAD DE FRACTURA

Se define *tenacidad de la fractura* ( $K_{Ic}$ ), a la propiedad del material que proporciona la medida de la resistencia del mismo ante una fractura frágil cuando existe una determinada fisura.



El  $K_{IC}$  corresponde al  $K_C$ , cuando se presenta una deformación plana y solicitaciones cuasiestáticas aplicadas. Por lo tanto, es acertado hablar de tenacidad de fractura a diferentes temperaturas, pero no a diferentes espesores, ya que a diferencia del factor de intensidad de tensiones, la tenacidad de fractura no depende del espesor.





### **Capítulo 3.**

# **INTRODUCCIÓN A LA TEORÍA DE FATIGA**

## **3.1- HISTORIA DE FATIGA**

## **3.2- CARACTERÍSTICAS DE LA ROTURA A FATIGA**

## **3.3- ESTADOS DE FATIGA**

## **3.4- RÉGIMENES DE FATIGA**

## **3.5- TIPOS DE CARGA QUE GENERAN FATIGA**

## **3.6- DIAGRAMA S-N**

## **3.7- LEYES DE PROPAGACIÓN DE FISURAS**

## **3.8- REGIÓN UMBRAL**

### 3. INTRODUCCIÓN A LA TEORÍA DE FATIGA

El comportamiento de los materiales bajo cargas estáticas es distinto a cuando éstos, están sometidos a cargas variables, ya que mientras que una pieza cualquiera soporta una gran carga estática, esta misma puede fallar con una carga mucho menor a la citada, si ésta se repite un gran número de veces. Estos esfuerzos variables originan fisuras que pueden crecer a medida que éstos se repiten, hasta producirse la rotura total del elemento. Este fenómeno es el que se conoce como fatiga, y de este concepto surge la *teoría de fatiga*, que es la encargada de estudiar el comportamiento de los materiales cuando éstos están sometidos a cargas variables, y tiene en cuenta los factores que influyen en la aparición y desarrollo de las fisuras, las cuales pueden provocar la fractura del elemento después de estar sometidas a un cierto número de ciclos.

#### 3.1. HISTORIA DE LA FATIGA

La primera vez que se observó que un material sometido a cargas variables, rompía tras un cierto número de ciclos de carga, fue en el siglo XIX, cuando los ejes de los carros de los ferrocarriles empezaron a fallar después de un corto tiempo de servicio, observándose que el tipo de fractura que presentaban era súbita de tipo frágil.

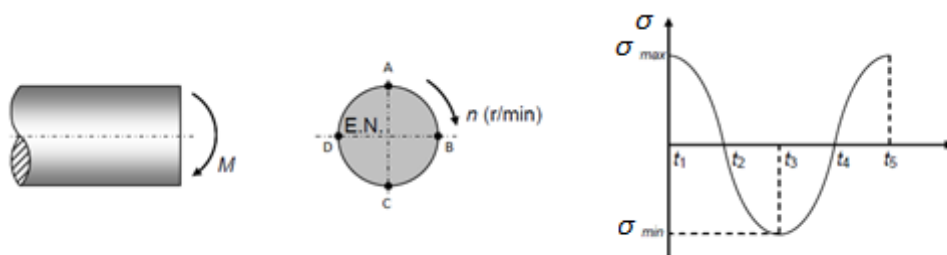


Fig.15. Esfuerzos variables en un eje de ferrocarril

De esta manera se observó que debido al giro del eje, cualquier punto de la periferia que pasara por el punto A, soportaba un esfuerzo de tracción máximo, luego pasaría por el punto B, perteneciente al eje neutro, soportando un esfuerzo nulo,



posteriormente por el punto C, aguantando un esfuerzo de compresión y finalmente en el punto D, soportaría un esfuerzo nulo al volver estar sobre el eje neutro, volviendo nuevamente al punto A, donde completaría su primer ciclo de esfuerzo, y empezaría el siguiente. Por lo tanto estos ejes estaban sometidos a esfuerzos normales cíclicos, y tras hacer el cálculo correspondiente, se observó que éstos en tres días de trabajo soportaban más de un millón de ciclos de esfuerzo. Esto, junto a que los ejes habían sido diseñados para soportar cargas estáticas, provocaba el fallo prematuro del mismo.

Pero el término “fatiga” no fue usado hasta 1839, donde Poncelet lo utilizó para describir el fallo de los materiales cuando eran sometidos a cargas variables. En 1843, Rankine en un estudio sobre la ruptura inesperada de los muñones de ferrocarril, expuso que la fractura de éstos era debida a que el material dúctil del que estaban hechos, se había cristalizado debido a que estaban sometidos a cargas variables, pero no fue hasta doce años más tarde, de la mano de August Wohler cuando se demostró que la causa de la fractura de un material cuando es sometido a cargas variables era el número de ciclos de esfuerzo, demostrando a su vez, que el material poseía la misma resistencia y ductilidad que el material original, dando de lado las teorías que exponían que el material cuando se sometía a cargas variables se fragilizaba. Además August, descubrió por otro lado la existencia del límite de fatiga en los aceros, obteniendo *el diagrama S-N*, el cual se desarrollará en el apartado 3.6 de este proyecto.

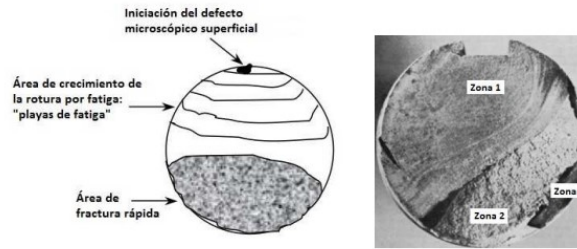
### 3.2. CARACTERÍSTICAS DE LA ROTURA A FATIGA

---

La rotura del material por fatiga tiene su origen en pequeños defectos o concentradores de tensiones.

La superficie de fractura de un elemento sometido a fatiga, puede proporcionar mucha información sobre las condiciones de trabajo y la rotura de la misma.

Si se toma como ejemplo un eje, se pueden distinguir tres partes perfectamente diferenciadas:



*Fig.16. Fractura de un eje por fatiga*

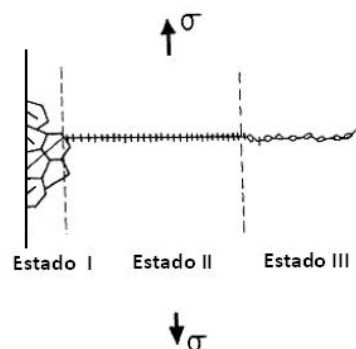
**Zona 1:** Corresponde a la zona más ancha, y donde la fisura se propaga lentamente. Tiene un aspecto liso y en algunas ocasiones se puede apreciar la propagación de la fisura ciclo a ciclo al observar las diferentes estrías que presenta la pieza, pero esto dependerá mucho de la naturaleza del material.

**Zona 2:** Corresponde a prácticamente la totalidad del resto de la sección del eje. En esta zona el crecimiento de la fisura es rápido.

**Zona 3:** Región donde la sección neta del eje es tan reducida que no es capaz de resistir la carga a la que está sometido, produciendo la rotura final.

### 3.3. ESTADIOS DE FATIGA

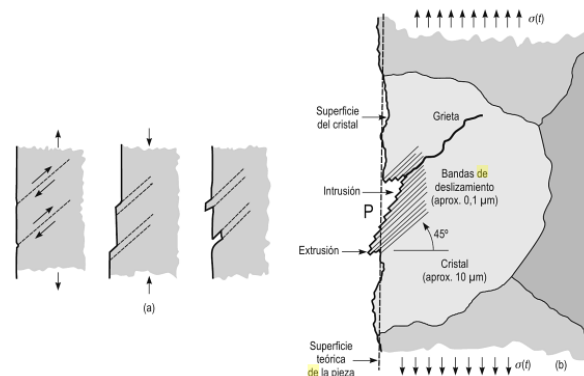
La rotura por fatiga, es un modo de fallo bajo sollicitaciones cíclicas, que se produce en tres etapas; una primera etapa de iniciación, una de propagación estable, y una final de propagación acelerada que conduce a la rotura del material.



*Fig.17. Estadios I, II y III del desarrollo de una fisura por fatiga*

### 3.3.1. ESTADIO I: INICIACIÓN/NUCLEACIÓN

La rotura del material tiene su origen en pequeños defectos o concentradores de tensiones que dan lugar a deformaciones plásticas en los granos próximos a la superficie del material. Esta deformación se encuentra en lo que se denomina *bandas de deslizamiento*. De este modo, cuando un grano, situado en la superficie se deforma, se genera una especie de escalón en dicha superficie, que acto seguido se oxida, lo que provoca que resulte imposible invertir la deformación en ese plano.



*Fig.18. Representación de los deslizamientos iniciales, formación de extrusiones e intrusiones superficiales y fisuramientos de grano*

Por lo que la deformación en sentido contrario, se da en otro plano, que provoca la aparición de otro escalón que también se oxida e imposibilita la deformación en este nuevo plano, dando lugar a una repetición de *deformación, oxidación y bloqueo* creando protuberancias concentradoras de tensiones, que originan una microfisura que se propaga a lo largo de las bandas de deslizamiento, y que forma 45° con la dirección de aplicación de la tracción.

En este estadio, la propagación de la microfisura es muy dificultosa, ya que tiene que atravesar los bordes de grano.

### 3.3.2. ESTADIO II: PROPAGACIÓN ESTABLE

Esta fase es la del crecimiento de la fisura, en la cual ésta se reorienta perpendicularmente al campo tractivo, siendo el crecimiento de la misma estable y

pudiéndose ajustar a la conocida *Ley de Paris*, la cual será objeto de estudio en este proyecto en el apartado 3.7.1.

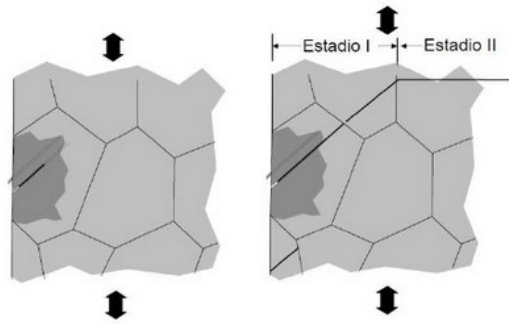


Fig.19. Ejemplo de reorientación de la fisura

### 3.3.3. ESTADIO III: PROPAGACIÓN ACELERADA

En esta fase el tamaño de la fisura se hace crítico y la propagación de la misma se convierte en catastrófica, provocando la rotura de la pieza, y siendo el número de ciclos invertidos en este estadio tan pequeño que apenas carece de importancia en la vida a fatiga de la pieza.

Los tres estadios de propagación de una fisura vienen representados por la figura 20, la cual muestra la relación que existe entre la velocidad de propagación de la fisura ( $\frac{da}{dN}$ ) y la amplitud del factor de intensidad de tensiones ( $\Delta K$ ) ambos representados en escala logarítmica:

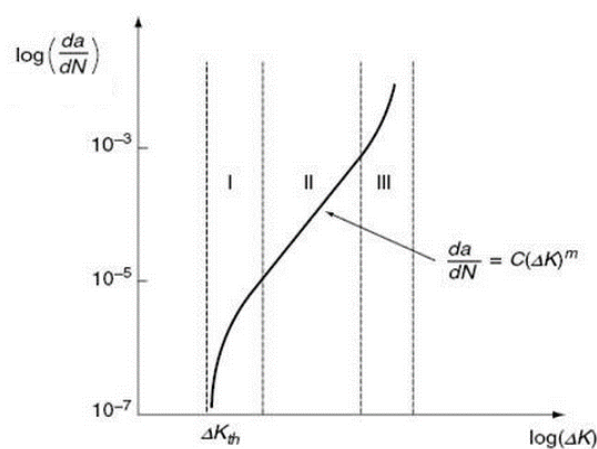


Fig.20. Distinción de los tres estadios de fatiga:  $\log \left( \frac{da}{dN} \right)$  vs.  $(\Delta K)$



### 3.4. REGÍMENES DE FATIGA

---

Es conveniente diferenciar dos regímenes de fatiga cuando un elemento se somete a una determinada carga variable.

El primero es el que denominamos *fatiga de bajo número de ciclos (LCF)*, que es aquel en el que el elemento es sometido a un número de ciclos de tensión menor que aproximadamente  $10^3$  ciclos. Y el segundo es el que se denomina *fatiga de alto número de ciclos (HCF)*, que es aquel en el que el elemento es sometido a un número de ciclos de tensión mayor que  $10^3$  ciclos, siendo de este modo  $10^3$  la línea divisoria entre el alto y el bajo ciclo.

#### ✓ MÉTODO DE VIDA- TENSIÓN

Es el modelo de falla más antiguo, y es utilizado para el diseño de piezas cuya variación de tensión sea conocida y se encuentren en régimen de alto número de ciclos como ocurre en el caso de las máquinas rotativas.

#### ✓ MÉTODO DE VIDA-DEFORMACIÓN

Es utilizado en casos de bajo número de ciclos y se basa en las deformaciones del elemento. Su complejidad para predecir la iniciación de las fisuras hace que sea necesario el uso del ordenador.

#### ✓ MECÁNICA DE LA FRACTURA ELÁSTICO LINEAL (LEFM)

Este método se usa en caso de bajo número de ciclos para estudiar la etapa de propagación de fisuras en piezas ya fisuradas.

### 3.5. TIPOS DE CARGA QUE GENERAN FATIGA

---

En el estudio de un material en el que se aplican una serie de cargas variables, las tensiones a los que está sometido pueden variar a lo largo del tiempo de una forma muy

irregular como se muestra en la figura 21, siendo de una gran dificultad poder predecir dicha variación.

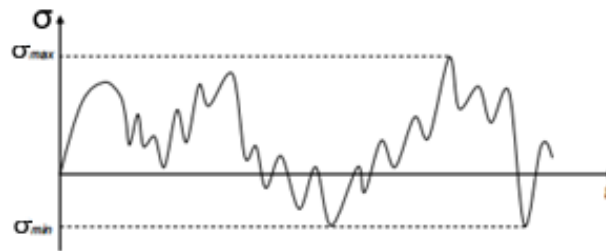


Fig.21. Curva tensión- tiempo

Utilizando el modelo de Wöhler, el cual se basa en placas sometidas a flexión giratoria, se puede concluir que las cargas variables, producen una variación sinusoidal de las tensiones, manteniendo constantes el valor de las tensiones máxima y mínima y tomando el periodo o frecuencia de tal manera que sea similar al de la curva real, ya que si la pieza a estudio *no posee corrosión*, la forma en la que varían las tensiones no tiene mayor importancia, ya que lo que afecta al fallo por fatiga, son las cargas máximas y mínimas y el número de ciclos.

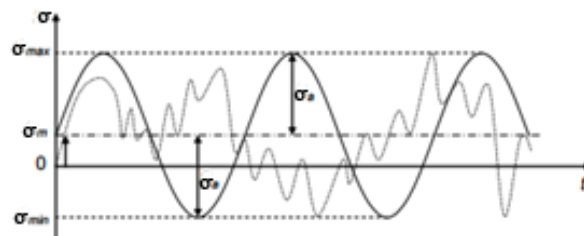


Fig.22. Representación sinusoidal de la curva S-t

Es necesario describir los diferentes conceptos que se utilizan en la figura 22:

$\sigma_{\text{máx}}$ : Tensión máxima

$\sigma_{\text{mín}}$ : Tensión mínima

$\sigma_m$ : Tensión media o promedio. Tiene la siguiente fórmula:



$$\sigma_m = \frac{\sigma_{m\acute{a}x} + \sigma_{m\acute{i}n}}{2} \quad (21)$$

$\sigma_a$ : Tensión alternante. Coincide con la amplitud de la onda por lo que nunca puede tener un valor negativo y tiene la siguiente expresión:

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{m\acute{a}x} - \sigma_{m\acute{i}n}}{2} \quad (22)$$

**R**: Relación de tensiones. Presenta la relación entre la tensión mínima y máxima. Se representa de la siguiente manera:

$$R = \frac{\sigma_{m\acute{i}n}}{\sigma_{m\acute{a}x}} \quad (23)$$

A continuación se representan diversos tipos de cargas variables:

*a) Tensión alternante*

Es el caso de por ejemplo una viga sometida a flexión giratoria, en la cual  $\sigma_{m\acute{a}x} = -\sigma_{m\acute{i}n}$  ya que presentan una misma amplitud de onda ( $\sigma_a$ ).

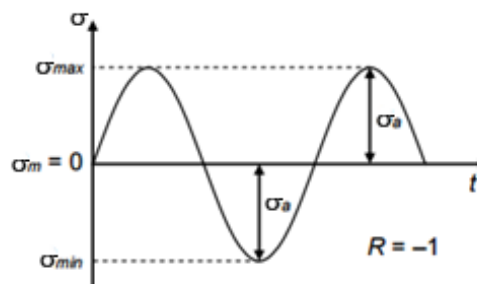


Fig.23. Tensión alternante

*b) Tensión pulsante*

Se da cuando el tensión es en una sólo dirección, siendo cuando es de tracción  $\sigma_{m\acute{i}n}=0$  o en el caso contrario, cuando está sometido a compresión  $\sigma_{m\acute{a}x}=0$  y por tanto  $R$  tiende a  $\alpha$ .

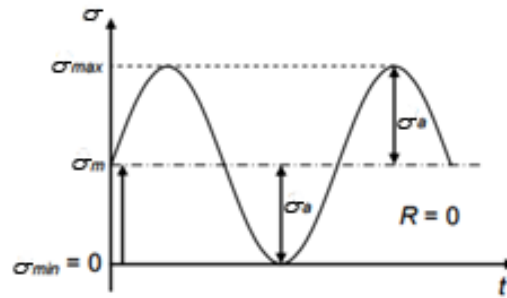


Fig.24. Tensión pulsante

c) *Tensión fluctuante*

Este tipo de tensiones presenta sólo tracción, representada en la figura 25 por una línea continua, o sólo compresión representado a través de una línea discontinua en la misma figura.

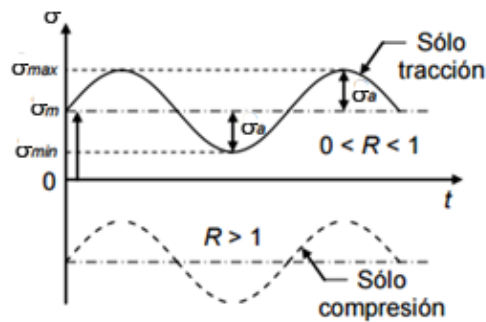


Fig.25. Tensión fluctuante

d) *Tensión fluctuante*

Es aquel en el que la tensión con tracción es más pequeño que el de compresión o viceversa.

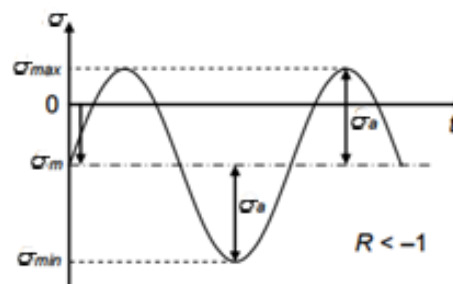


Fig.26. Tensión fluctuante con tracción más pequeña

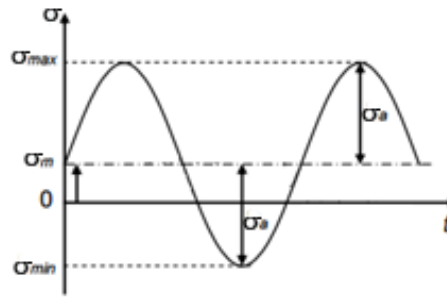


Fig.27. Tensión fluctuante con compresión más pequeña

### 3.6. DIAGRAMA S-N

#### 3.6.1. INTRODUCCIÓN AL DIAGRAMA S-N

Para proceder al estudio del diagrama S-N es conveniente recordar una serie de conceptos claves:

##### ✓ LÍMITE DE FATIGA

Se denomina *límite de fatiga*, a la tensión por debajo de la cual no se produce fractura por fatiga en la pieza sometida a estudio, siempre y cuando no se modifique la tensión.

Hay que tener presente que este límite no existe en ciertos materiales.

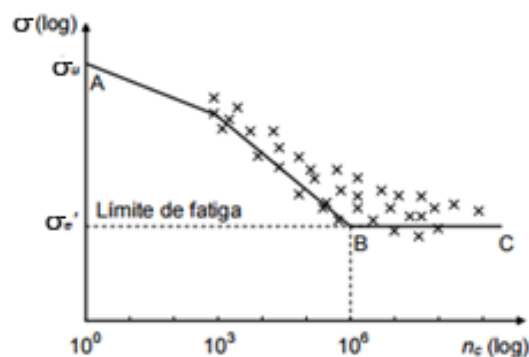


Fig.28. Representación gráfica límite de fatiga

### ✓ RESISTENCIA DE FATIGA

Es aquella que se da particularmente en aquellos materiales que no poseen límite de fatiga, al no poderse diseñar para vida ilimitada, sino para un determinado número de ciclos, surgiendo el concepto de *Resistencia a fatiga para vida ilimitada*.

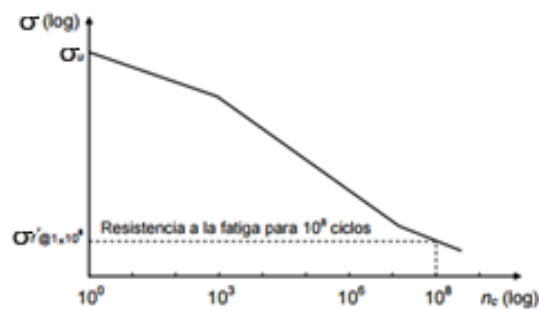


Fig.29. Representación de la resistencia a fatiga

El diagrama S-N surge por la necesidad de estudiar el fenómeno de fatiga, ya que se suponía en un principio, que el origen de la fatiga se encontraba en las imperfecciones del material, por lo que se diseñó un ensayo en el que sometía a una placa de sección circular a una tensión de flexión fija y se ponía a girar, naciendo el *ensayo de viga rotatoria*.

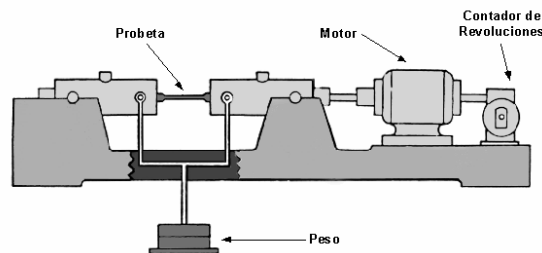


Fig.30. Ensayo de viga rotatoria a fatiga

Teniendo en cuenta que el daño ocasionado por fatiga es acumulativo, se calcula la tensión de flexión que origina una tensión igual a la *resistencia última del material*, a continuación, se disminuye la tensión de flexión y se apunta el número de ciclos (N) hasta la rotura, y se repite el proceso un mínimo de 8 veces. De este modo se podrá calcular el número de ciclos totales de vida de la placa obteniendo la famosa *curva de Wöhler o curva S-N*, que representa el número de ciclos que aguanta la placa hasta su rotura en función de la tensión aplicada.



Fig.31. Elaboración del diagrama de fatiga

### 3.6.2. ZONAS EN EL DIAGRAMA DE FATIGA

En la figura siguiente podrá ver, las tres zonas claramente diferenciadas que aparecen en un diagrama de fatiga de materiales férreos.

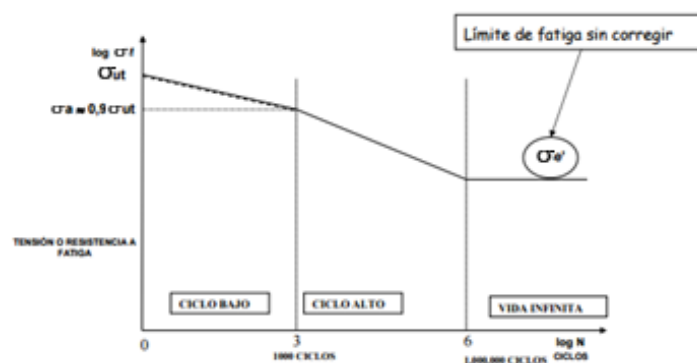


Fig.32. Diagrama de fatiga (S-N)

**Zona de bajo número de ciclos:** Es la zona situada normalmente por debajo de los  $10^3$  ciclos. En esta zona el material presenta el mismo comportamiento que frente a cargas estáticas y teniendo una mínima reducción de la resistencia.

**Zona de alto número de ciclo:** Zona comprendida entre los  $10^3$  y los  $10^6$  ciclos aproximadamente, que presenta una reducción mucho más brusca de la resistencia al aumentar considerablemente el número de ciclos. Por otro lado, en esta zona el material se comporta de forma diferente a como lo hace frente a cargas estáticas.



**Zona de vida infinita:** Normalmente superior a los  $10^6$  ciclos. En esta zona entra en juego el término de *límite de fatiga sin corregir* ( $\sigma_e'$ ), que es el valor de la tensión por debajo del cual, la duración de la placa es infinita, no rompiendo nunca a no ser que se modificara el tensión.

### 3.6.3. COEFICIENTES MODIFICATIVOS DEL LÍMITE DE FATIGA

El problema que presentaba este método, es que los valores de resistencia y límites de fatiga únicamente eran válidos para las condiciones que imponían los protocolos de ensayos normalizados, siendo placas de reducido tamaño, perfectamente construidas y pulidas, así como montadas, y llevando a cabo un control a su vez de las condiciones ambientales durante el ensayo. Todo esto evocó a pensar que una pieza cualquiera de una máquina tiene una manera de construcción y tiene una forma de trabajo, que poco tiene que ver con la de dichas placas, lo que dio lugar a los coeficientes modificativos, los cuales ayudaban a que estas diferencias fueran las mínimas posibles.

La ecuación que relaciona el *límite de fatiga sin corregir* en el ensayo de vida rotatoria ( $\sigma_e'$ ), el *límite de fatiga corregido* ( $\sigma_e$ ) y los *factores modificativos del límite de fatiga* ( $K_i$ ) se denomina *Ecuación de Marín* y viene representada de la siguiente manera:

$$\sigma_e = \prod_i K_i \sigma_e' \quad (24)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} K_a: \text{Factor acabado superficial} \\ K_b: \text{Factor de tamaño} \\ K_c: \text{Factor de confiabilidad} \\ K_d: \text{Factor de temperatura} \\ K_e: \text{Factor de concentración de tensiones} \\ K_f: \text{Factor de efector diversos} \end{array} \right.$$

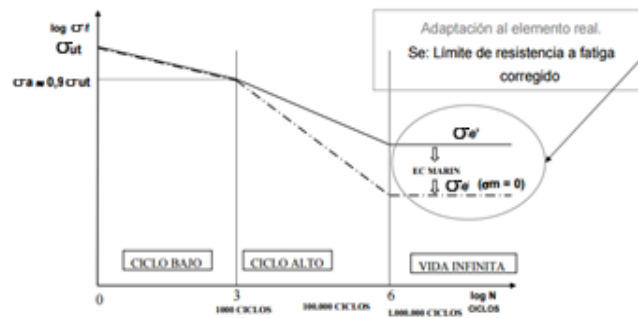


Fig.33. Ejemplo de diagrama S-N de pieza real sometida a tensión alternante con tensión media nula

### 3.7. LEYES DE PROPAGACIÓN DE FISURAS

La velocidad de propagación de fisuras sometidas a cargas cíclicas es representada como  $\frac{da}{dN}$ , es decir, como la división entre el incremento de la longitud de fisura por unidad de ciclo. De este modo, si el rango de tensiones a las que es sometida la fisura es constante, de manera general, la velocidad de propagación de fisuras, aumenta con el número de ciclos.

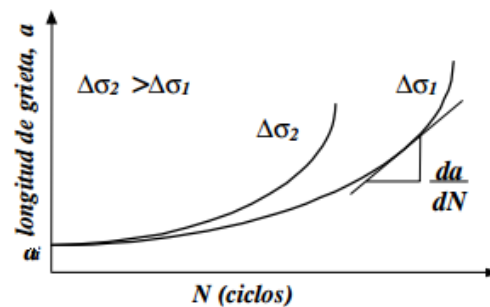
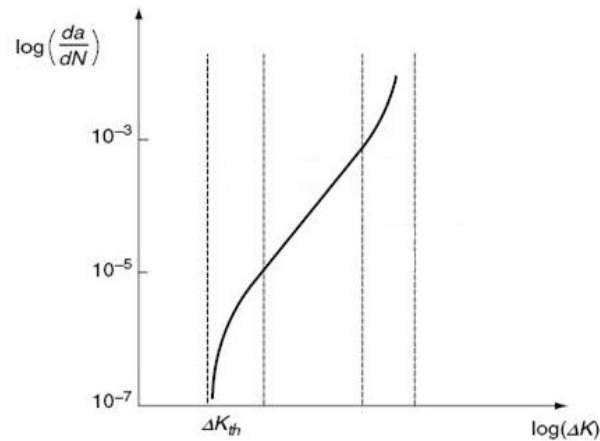


Fig.34. Variación de la longitud de fisura  $a$ , en función del número de ciclos

Si se representan estas curvas obteniendo la pendiente ( $\frac{da}{dN}$ ), para una longitud de fisura conocida, y un  $\Delta K$  para esta misma longitud de fisura, se puede trazar el  $\log (\frac{da}{dN})$  frente  $\log (\Delta K)$  de la siguiente forma:



*Fig.35. Representación logarítmica del crecimiento de la fisura ( $\frac{da}{dN}$ ) frente a la amplitud del factor de intensidad de tensiones ( $\Delta K$ )*

La finalidad de la teoría de fatiga, se basa en alcanzar métodos capaces de determinar la velocidad de propagación de la fisura de tal manera que se permita conocer la resistencia intrínseca del material sometido a ensayo según el crecimiento de fisura generado al aplicarle distintos valores de tensiones y teniendo en cuenta distintas geometrías de placa y tamaños de fisura iniciales.

Los primeros estudios experimentales, mostraban métodos que relacionaban la velocidad de propagación de fisura, con las tensiones aplicadas sobre ella, o la longitud de la misma, pero el progreso en la mecánica de fractura, la cual expuso, que cuando una placa es sometida a una pequeña carga, la deformación plástica generada por delante del borde de fisura, carece de importancia respecto al restante campo elástico, ocasionó la aparición de leyes más fieles a la realidad, como serán las citadas a continuación.

### 3.7.1. LEY DE PARIS

Esta ley es aplicable en el Estadio II, en donde la propagación de la fisura es estable una vez que ésta se orienta perpendicularmente al campo tractivo, presentando una variación lineal entre el  $\log\left(\frac{da}{dN}\right)$  y  $\log \Delta K$ .





De este modo Paris y Erdogan en 1960, impusieron lo siguiente:

$$\frac{da}{dN} = A \Delta K^m \quad (25)$$

Donde:

a: tamaño de la fisura

N: número de ciclos

A y m: constantes experimentales que dependen del material, y en menor medida de la relación de tensión, del medio ambiente cuando éste no es muy agresivo, de la temperatura y finalmente de la frecuencia de aplicación de tensión.

$\Delta K$ : es la amplitud del factor de intensidad de tensiones que se calcula como:

$$\Delta K = K_{\max} - K_{\min} \quad (26)$$

Siendo  $K_{\max}$  y  $K_{\min}$ , los valores máximos y mínimos del factor de intensidad de tensiones durante un determinado ciclo de tensión y los cuales dependen de la longitud de la fisura y la geometría de la placa de la siguiente forma:

$$K = \beta \sigma \sqrt{\pi a} \quad (27)$$

Si se procede a desarrollar la ecuación (25) se puede obtener la siguiente ecuación:

$$N_p = \frac{1}{A \pi^{\frac{m}{2}} (\Delta \sigma)^m} \int_{a_0}^{a_c} \frac{da}{\beta^m a^{m/2}} \quad (28)$$

Donde:

$N_p$ : números de ciclos hasta que se produce la rotura

$a_c$ : longitud crítica de la fisura

$$a_c = \left( \frac{K_{IC}}{\sigma_{\max} \beta(a) \sqrt{\pi}} \right)^2 \quad (29)$$



### 3.7.2. LEY DE FORMAN

Esta ley es aplicable en el Estadio II y III, que es la zona de transición hacia un crecimiento de fisura inestable. En esta zona, se hace más notable el crecimiento de fisura con el aumento de  $\Delta K$ , de tal manera que si se mantienen las condiciones de deformación plástica a pequeña escala en el frente de fisura,  $K_{m\acute{a}x}$  se aproxima o iguala a  $K_c$ , produciéndose un crecimiento de fisura inestable que lleva a la rotura final del componente.

De esta manera, Forman en 1967, basándose en idea de que cuando  $K_{m\acute{a}x}$  se aproximaba a  $K_c$  el crecimiento de fisura  $\left(\frac{da}{dN}\right)$  tendía a infinito, formuló la siguiente ecuación:

$$\frac{da}{dN} = C \frac{(\Delta K)^n}{(1-R)K_{Ic} - \Delta K} \quad (30)$$

Si se procede a desarrollar la ecuación (30) se obtiene:

$$N_f = \int_{a_0}^{a_c} \frac{K_{Ic} * (1 - R) - \Delta K}{C * (\Delta K)^n} da = \int_{a_0}^{a_c} \frac{K_{Ic} * \left(1 - \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}\right) - (\beta(a) * \Delta \sigma * \sqrt{\pi * a})}{C * (\beta(a) * \Delta \sigma * \sqrt{\pi * a})^n} da \quad (31)$$

Donde:

$N_f$ : números de ciclos hasta que se produce la rotura

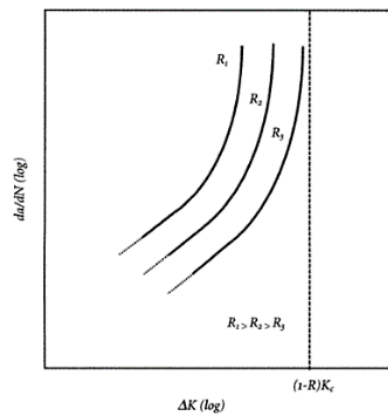
$C$  y  $n$ : son constantes empíricas

$a_c$ : longitud crítica de la fisura. Ver ecuación (29)

$K_{Ic}$ : tenacidad de la fractura de deformaciones planas

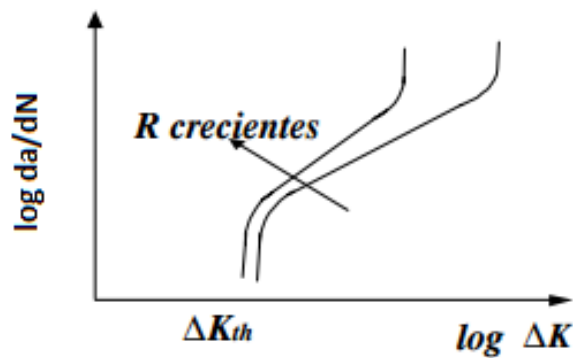
$a_0$ : longitud inicial de la fisura

Esta ley presentará una asíntota vertical en  $\Delta K = (1 - R)K_c$  como se puede observar en la siguiente ilustración:



*Fig.36. Influencia de R en la propagación de fisura por fatiga según la ley de Forman*

En la figura 36 se puede ver cómo, a medida que R crece para un determinado  $\Delta K$ , la velocidad de propagación de fisuras aumenta y las curvas sufren un desplazamiento tendiendo a converger a la zona próxima a  $\Delta K_{th}$  como se puede ver en la figura 37.



*Fig.37. Influencia de R en la propagación de fisura por fatiga:  
Convergencia de las curvas hacia  $\Delta K_{th}$*

### 3.8. REGIÓN UMBRAL

Existen muchos materiales que poseen un valor de  $\Delta K$  por debajo del cual las fisuras no crecen o su crecimiento es indetectable, esto es lo que se denomina como *umbral de fatiga*, que no es más que el máximo valor de  $\Delta K$  para el cual no es detectable el crecimiento de fisuras después de  $10^7$  ciclos.

El umbral de fatiga ( $\Delta K_0$ ), depende del coeficiente R, de la microestructura y del medio ambiente como se puede ver en la Figura 38, disminuyendo ligeramente a medida que R aumenta.

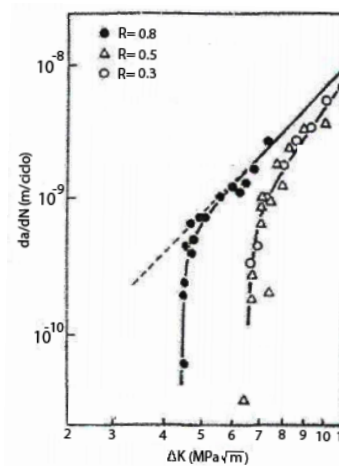


Fig.38. Dependencia de  $\Delta K_0$  con respecto de R

La influencia de R en el umbral de fatiga se puede definir de la siguiente manera:

$$\Delta K_0(R) = \Delta K_0|_{R=0}(1 - R)^\gamma \quad 0 < R < 1 \quad (32)$$

$\gamma$  varía entre 0.1 y 0.5 según el material y del medio ambiente.

Rolfe y Barson impusieron que para la mayoría de los aceros el umbral de fatiga venía definido como:

$$\Delta K_0(R) = 7(1 - 0.85R) \quad 0.1 < R < 0.9 \quad (33)$$

$$\Delta K_0(R) \text{ Varía entre 5 y 6} \quad 0 < R < 0.1$$



## **Capítulo 4.**

# **PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

### **4.1- GEOMETRÍA**

### **4.2- PROPIEDADES DEL ALUMINIO 2124-T851**

### **4.3- CASOS DE CARGA A ANALIZAR**



## 4. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

---

Como se ha desarrollado en anteriores capítulos, es de vital importancia considerar el fenómeno de fatiga en elementos mecánicos durante su vida útil, ya que esto puede suponer una reducción considerable tanto de los costes como de los tiempos de mantenimiento y producción.

El objetivo de este proyecto es analizar el comportamiento y vida a fatiga de una placa cuando es sometida a una serie de cargas, bien de amplitud constante o bien variable, y de este modo poder determinar el número de ciclos de vida de la misma antes de la rotura, aplicando para ello, la Ley de Paris y la Ley de Forman.

Para automatizar este proceso y poder realizar un análisis más exhaustivo sobre la vida a fatiga de una placa de Aluminio 2124-T851, se utilizará el programa informático Matlab, en donde se creará un programa principal que permitirá ejecutar diversos subprogramas dependiendo de las necesidades del usuario en cada momento, siendo posible analizar los ciclos de vida obtenidos de dicha placa, aplicando la Ley de Forman y la Ley de Paris sin ningún tipo de restricción o bien comprobando la influencia de eliminar los ciclos de compresión o al tener en cuenta el umbral de fatiga.

### 4.1. MATERIAL: ALUMINIO 2124-T851

---

El material elegido para llevar a cabo el estudio de este proyecto es el Aluminio 2124-T851. Este material es utilizado principalmente para piezas que sometidas a altas temperaturas requieren garantizar una buena resistencia a fractura, además de una buena resistencia a fluencia. Por otro lado, este material es recomendado para piezas que requieren una buena maquinabilidad y ductilidad, así como una excelente resistencia a la corrosión por exfoliación, por lo que es comúnmente usado en fuselajes mecanizados o en recubrimiento de alas de aviones.



Aluminio 2124-T851 tiene una composición química en % peso:

<b>Aluminio</b>	91,2-94,7
<b>Silicio</b>	0,2
<b>Hierro</b>	0,3
<b>Cobre</b>	3,8- 4,9
<b>Manganeso</b>	0,3-0,9
<b>Magnesio</b>	1,2-1,8
<b>Cromo</b>	0,10
<b>Zinc</b>	0,25
<b>Titanio</b>	0,15
<b>Otros (each)</b>	0,05
<b>Otros (total)</b>	0,15

Tabla 1 Composición % del Aluminio 2124-T851

Así como las siguientes propiedades:

Propiedades físicas	
Densidad	2.78 g / cm <sup>3</sup>
Propiedades mecánicas	
Dureza, Brinell	128
Dureza, Knoop	161
Dureza, Rockwell A	48.9
Dureza Rockwell B	79
Dureza, Vickers	146
Resistencia a la tracción	441 MPa
Módulo de elasticidad (E)	73.1 GPa
El coeficiente de Poisson ( $\nu$ )	0.33
Resistencia a la fatiga	125 MPa
Factor de intensidad de tensiones crítico ( $K_{Ic}$ )	33.52 MPam <sup>1/2</sup>

Maquinabilidad	70%
Módulo de corte	27 GPa
Resistencia a la cizalladura (G)	295 MPa
Propiedades eléctricas	
Resistencia eléctrica (R)	4.49e-006 $\Omega$ cm
Propiedades térmicas	
Capacidad calorífica específica	0.882 J / g ° C
Conductividad térmica	151 W / mK
Punto de fusión	502-638 ° C

Tabla 2 Propiedades del Aluminio 2124-T851

## 4.2. GEOMETRÍA

El problema que se estudiará a lo largo de este proyecto, es una placa de Aluminio 2124- T851 sometida a una carga uniforme y que presenta la siguiente geometría:

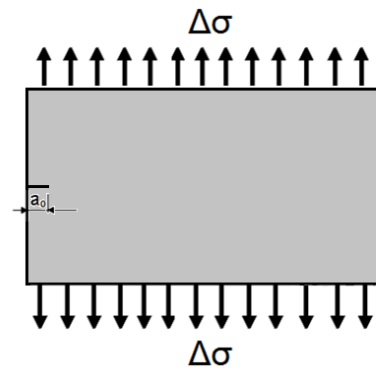


Fig.39. Placa sometida a estudio

Ancho (W)= 1 m

Longitud inicial de fisura ( $a_0$ ): Variable a lo largo de todo el proyecto.

Pequeño espesor.





Para el tipo de fisura que presenta esta placa, el factor de intensidad de tensiones se rige por la siguiente ecuación:

$$K_I = \beta(a)\sigma_a\sqrt{\pi a} \quad (34)$$

En donde:

$\beta(a/W)$  es el factor geométrico, que en este proyecto dependerá de la relación entre la longitud de la fisura ( $a$ ) y el ancho de la placa sometida a ensayo ( $W$ ) según la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} \beta(a/W) = & 1.12274 - 0.231318 * \left(\frac{a}{W}\right) + 10.5503 * \left(\frac{a}{W}\right)^2 - \\ & 21.71 * \left(\frac{a}{W}\right)^3 + 30.3816 * \left(\frac{a}{W}\right)^4 \end{aligned} \quad (35)$$

$a$  es la longitud de fisura

$\sigma_a$  es la carga aplicada sobre la placa

#### 4.3. CASOS DE CARGA A ANALIZAR

---

Este proyecto consta de dos partes claramente diferenciadas, pero en las que en ambas, se realizará el estudio de la vida a fatiga de una placa de Aluminio 2124-T851.

En un primer caso, este análisis se llevará a cabo cuando la placa esté sometida a *cargas de amplitud constante* y posteriormente se realizará un segundo estudio, en donde habrá una aplicación de *cargas de amplitud variable*.

En el caso de cargas con amplitud constante, lo único que permanecerá constante como tal será  $\Delta\sigma$ , y se variará  $\sigma_{min}$ ,  $\sigma_{max}$ , y el valor de la fisura inicial ( $a_0$ ), haciendo una análisis pormenorizado de los ciclos obtenidos tras la aplicación de la ley de Paris y Forman.



En esta primera parte, se desarrollaran dos programas haciendo uso del software de cálculo numérico Matlab. En uno de ellos se integrará la ley de Paris y la Ley de Forman de manera directa, para obtener el número de ciclos que la placa sometida a estudio soporta antes de la rotura y en el otro, aunque para el caso de tensiones de amplitud constante no es necesario, se calculará el número de ciclos hasta rotura para ambas leyes haciendo un estudio ciclo a ciclo que servirá como prueba de la validez del programa desarrollado durante este proyecto al compararse los resultados con los obtenidos a partir de la resolución de la integral.

Finalmente, en la segunda parte del proyecto, en donde se aplicará una secuencia aleatoria de ciclos de carga de amplitud variable, que serán generados mediante una función de distribución Gaussiana, se utilizará el programa desarrollado (ver anexo) para calcular ciclo a ciclo la vida a fatiga de la placa sometida a estudio según la ley de propagación de fisuras de Paris y la ley de Forman y proceder a un análisis de los resultados. Además, en esta segunda parte del proyecto se analizará la influencia en la vida a fatiga de eliminar los ciclos de compresión o tener en cuenta el umbral de fatiga.



## **Capítulo 5.**

# **LEYES DE PARIS Y FORMAN PARA EL ALUMNIO 2124-T851**

### **5.1 - INTRODUCCIÓN**

### **5.2- OBTENCIÓN DE LAS CONSTANTES**

### **5.3- INFLUENCIA DE R EN EL COMPORTAMIENTO DE LA LEY DE FORMAN Y PARIS**



## 5. LEYES DE PARIS Y FORMAN PARA EL ALUMINIO ALEADO 2124-T851

---

### 5.1. INTRODUCCIÓN

---

Una de las dificultades que se presentaron a la hora de desarrollar este proyecto, fue el encontrar unos valores para las constantes de la ley de Paris y ley de Forman que estén correlacionadas entre sí y que permitan hacer una comparación de los resultados obtenidos. Esto conllevó una ardua labor de investigación, ya que toda característica de material es un tema tabú en el mundo industrial.

### 5.2. OBTENCIÓN DE LAS CONSTANTES

---

En el estudio del autor John J. Ruschau [25] se presenta las constantes de Paris y Forman para el Aluminio 2124-T851, las cuales se usarán a lo largo de este proyecto, pero que como se comprobarán en apartado 5.3 siguiente, presentan una serie de condiciones para su uso.

$$\text{Constantes de Paris } \begin{cases} A = 4.2294 * 10^{-11} \\ m = 3.14 \end{cases}$$

$$\text{Constantes Forman } \begin{cases} C = 2.34388 * 10^{-9} \\ n = 2.63 \end{cases}$$

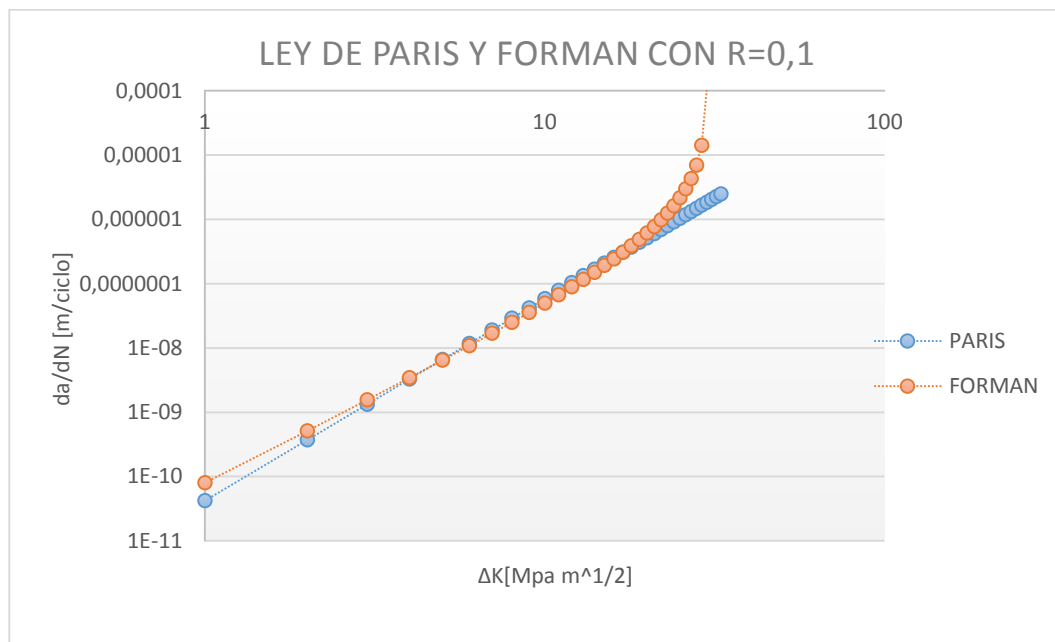
### 5.3. INFLUENCIA DE R EN EL COMPORTAMIENTO DE LA LEY DE FORMAN Y PARIS

---

Como se comprobará más adelante, estas constantes han sido obtenidas experimentalmente para un valor de  $R \left( \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \right) = 0.1$ , pero en este proyecto se usarán para valores de R aleatorios, ya que en la segunda parte de la memoria, como se explicó en el apartado 4.3, se aplicarán cargas de amplitud variable para calcular la vida a fatiga de la placa sometida a estudio, por lo que R no tomará un valor fijo sino totalmente variable,

aun así como se demostrará a continuación, esta condición no alterará los resultados obtenidos.

Si realizamos la representación de  $\frac{da}{dN}$  frente a  $\Delta K$ , teniendo en cuenta que **R=0.1**, tanto para la Ley de Paris como para la de Forman obtenemos;



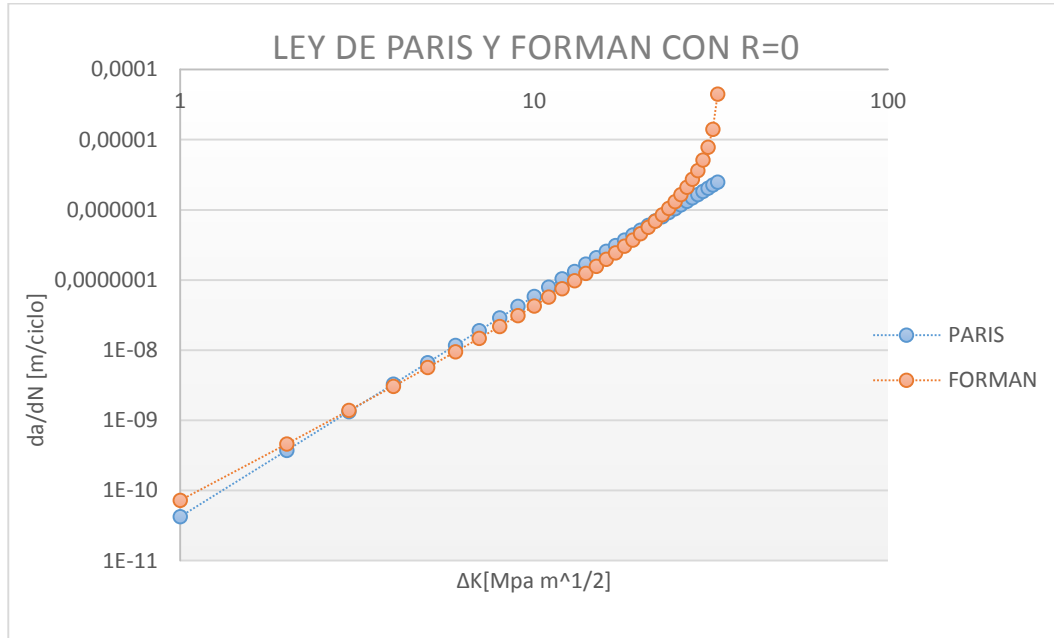
*Gráfica 1. Representación Paris y Forman con R=0.1*

Tras esta primera representación, se puede comprobar la correcta utilización de estas constantes, al ver la proximidad, que aunque no total, existen entre ambas gráficas en el Estado II.

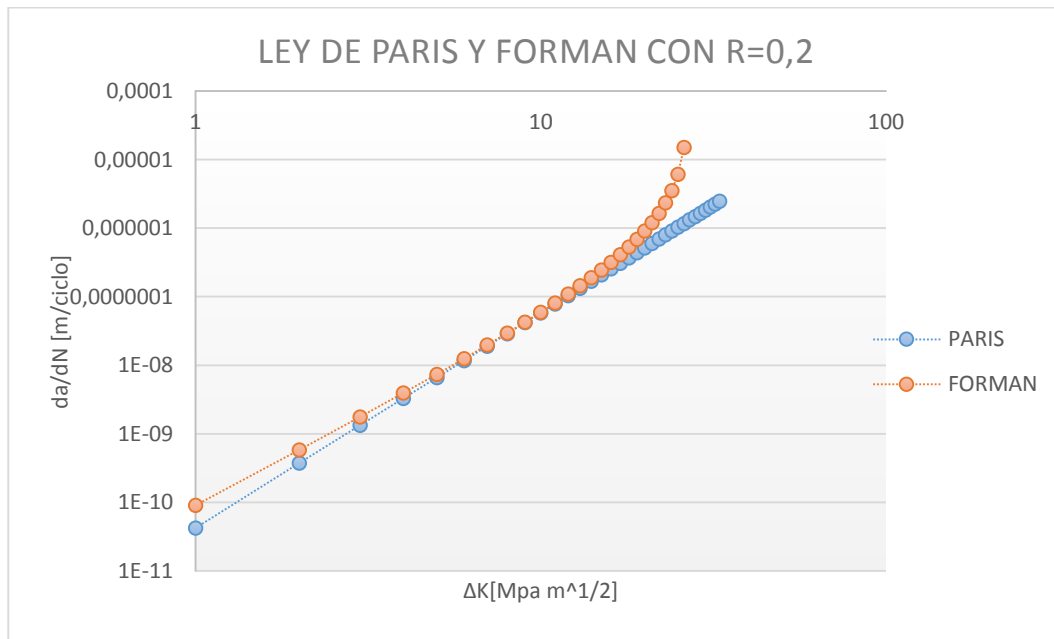
La complejidad que se presenta a la hora de desarrollar este proyecto es que el valor de R será variable y distinto a 0.1 en la mayoría de los casos, ya que la base del mismo es el estudio de la vida a fatiga de una placa aplicando tanto una carga de amplitud constante en un primer caso, y un segundo caso en el que la amplitud de la misma sea totalmente variable y aleatoria.

Para poder seguir usando estas constantes, será necesario llevar a cabo un análisis del comportamiento de ambas leyes cuando R es distinto a 0.1, por lo que se llevará a cabo una representación de  $\frac{da}{dN}$  frente a  $\Delta K$ , teniendo en un primer caso que R=0, en un

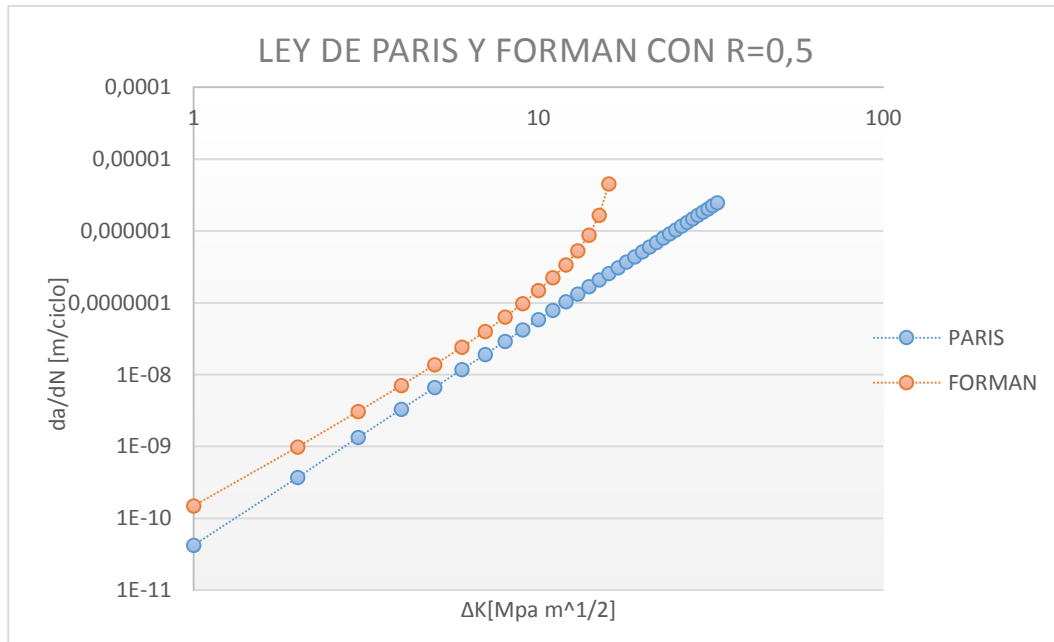
segundo que  $R=0.2$ , en un tercero que  $R=0.5$ , y en último caso que  $R=0.7$ , y de este modo comprobar la correcta utilización de dichas constantes.



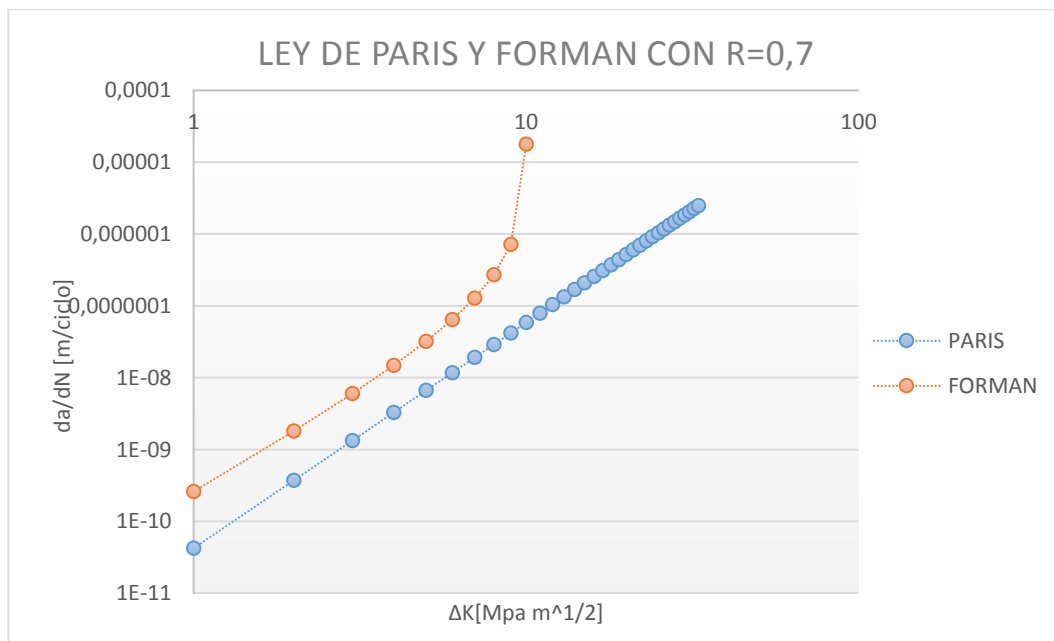
Gráfica 2. Representación Paris y Forman con  $R=0$



Gráfica 3. Representación Paris y Forman con  $R=0.2$



Gráfica 4. Representación Paris y Forman con R=0.5



Gráfica 5. Representación Paris y Forman con R=0.7

Tras la representación gráfica de las Leyes de Paris y Forman con distintos valores de R, se puede concluir que las gráficas, aunque se distancian entre sí cuando R va creciendo, tienen un comportamiento adecuado, por lo que tras el estudio de otras



muchas constantes, se pudo comprobar que éstas, eran las más apropiadas para desarrollar el proyecto con  $R$  de carácter variable.

Es importante destacar, como en la mayoría de los casos la ley de Forman presentará una velocidad de crecimiento de fisura mayor para un mismo valor de  $\Delta K$ , que la ley de Paris, lo que propiciará que se obtengan una menor vida a fatiga. Aun así, existirán casos en los que la relación de tensiones será muy pequeña ( $R \sim 0$ ), y como se pudo ver en la gráfica 1 y 2, la ley de Paris presentará una velocidad de crecimiento de fisura mayor para un mismo valor de  $\Delta K$ , presentando una menor vida a fatiga que la obtenida a través de la ley de Forman.





## **Capítulo 6.**

# **RESULTADOS**

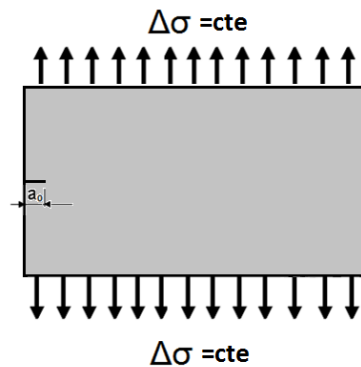
### **6.1- ANÁLISIS DE CARGA DE AMPLITUD CONSTANTE**

### **6.2- ANÁLISIS DE CARGA DE AMPLITUD VARIABLE**

## 6. RESULTADOS

### 6.1. ANÁLISIS DE CARGA DE AMPLITUD CONSTANTE

En este apartado se estudiará el caso de una placa de Aluminio 2124-T851 a la que se le aplicará una carga uniformemente distribuida de amplitud constante y de la cual, conocida su longitud inicial de fisura ( $a_0$ ), se desea determinar su vida a fatiga para las Leyes de Paris y Forman.



*Fig.40. Placa sometida a estudio. Aplicación de carga de amplitud constante.*

En este primer caso, haciendo uso del software de cálculo numérico Matlab, se desarrollará un primer programa (ver anexo) en donde se obtendrá la vida a fatiga de la placa sometida a estudio mediante una integración numérica de la ley de Paris y la ley de Forman, para posteriormente realizar un nuevo programa (ver anexo) en donde esto mismo se calculará ciclo a ciclo, ya que aunque este último método no es necesario implementarlo, cuando nos encontramos ante cargas de amplitud constante, nos servirá como demostración de que el programa base de este proyecto, y el que utilizaremos en el apartado 6.2 de esta memoria, es correcto.

En ambos casos, se realizarán diversas pruebas en donde se variará  $\sigma_{min}$ ,  $\sigma_{max}$ , y el valor de la fisura inicial ( $a_0$ ), pero con la peculiaridad de mantener constante  $\Delta\sigma$ , para de este modo, poder analizar y discutir, el porqué de las variaciones existentes en el número de ciclos obtenidos



### 6.1.1 CÁLCULO DE LA VIDA A FATIGA APLICANDO INTEGRACIÓN NUMERICA

En este primer programa desarrollado en Matlab (ver anexo), se realizará la integración de manera numérica de las Leyes de Paris y de Forman para la obtención de la vida a fatiga de la placa de Aluminio 2124-T851 sometida a estudio.

#### ✓ LEY DE PARIS

La integración de la ley de Paris obtiene como resultado el número de ciclos totales antes de la rotura. Esta integral viene representada por la ecuación (28) que se desarrolló en el apartado 3.7.1 de este proyecto y tiene la siguiente expresión:

$$Np = \int_{a_0}^{a_c} \frac{da}{A * (\beta(a) * \Delta\sigma * \sqrt{\pi * a})^m} \quad (28)$$

Siendo su límite inferior, la *longitud inicial de fisura* ( $a_0$ ) y el superior el *tamaño de fisura crítica* ( $a_c$ ), que se obtiene según la ecuación (29) desarrollada en el apartado 3.7.1 de esta memoria y cuya fórmula es la siguiente:

$$a_c = \left( \frac{K_{IC}}{\sigma_{máx} \beta(a) \sqrt{\pi}} \right)^2 \quad (29)$$

En esta integral, aparece el factor geométrico ( $\beta$ ) el cual se regirá por la ecuación (35) desarrollada en el apartado 4.2, y que depende de la longitud de fisura ( $a$ ) y el ancho de la placa ( $W$ ) como se puede ver a continuación:

$$\beta(a/W) = 1.12274 - 0.231318 * \left(\frac{a}{W}\right) + 10.5503 * \left(\frac{a}{W}\right)^2 - 21.71 * \left(\frac{a}{W}\right)^3 + 30.3816 * \left(\frac{a}{W}\right)^4 \quad (35)$$



### ✓ LEY DE FORMAN

La integración de la ley de Forman obtiene como resultado el número de ciclos totales antes de la rotura. Esta integral viene representada por la ecuación (31) que se desarrolló en el apartado 3.7.2 de este proyecto y tiene la siguiente expresión:

$$Nf = \int_{a_0}^{a_c} \frac{K_{Ic} * (1 - R) - \Delta K}{C * (\Delta K)^n} da = \int_{a_0}^{a_c} \frac{K_{Ic} * \left(1 - \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}\right) - (\beta(a) * \Delta\sigma * \sqrt{\pi * a})}{C * (\beta(a) * \Delta\sigma * \sqrt{\pi * a})^n} da \quad (31)$$

El *tamaño de fisura crítico* ( $a_c$ ), es límite superior de esta integral y se obtiene según la ecuación (29), mientras que el límite inferior es el *tamaño de fisura inicial* ( $a_0$ ).

El *factor geométrico* ( $\beta$ ) también vuelve a aparecer en esta integral y su valor se rige por la ecuación (35).

Los resultados numéricos obtenidos tras la integración, tanto de la ecuación de Paris como de Forman, con la ayuda de Matlab son los siguientes:

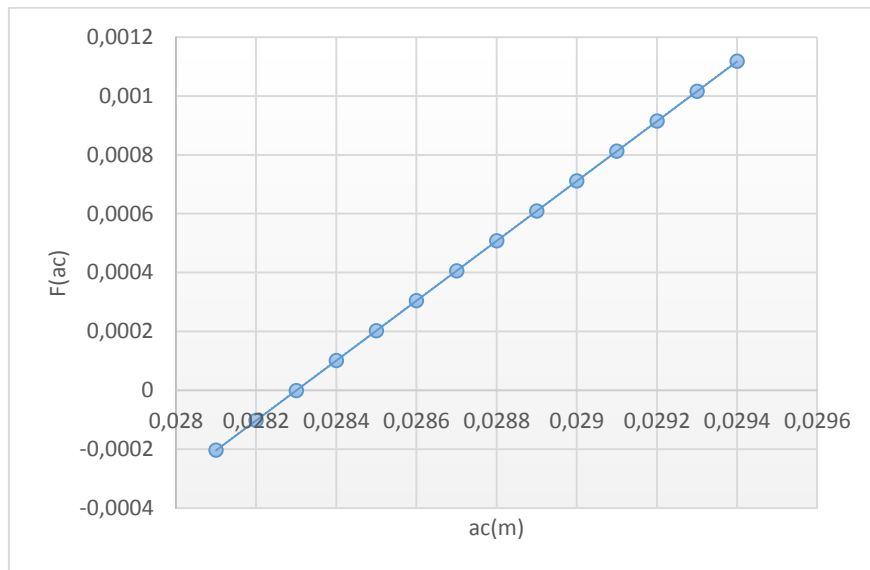
$$\checkmark \quad \Delta\sigma = 100 \text{ MPa} \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{min} = 0 \text{ MPa} \\ \sigma_{max} = 100 \text{ MPa} \end{array} \right\} R = 0$$

Para proceder a calcular la vida a fatiga, será necesario conocer antes la longitud de fisura crítica de la placa de aluminio cuando ésta, es sometida a una carga máxima de 100MPa, para ello se llevarán a cabo los siguientes pasos:

$$a_c = \left( \frac{K_{Ic}}{\sigma_{max} \beta(a_c) \sqrt{\pi}} \right)^2 = f(a_c) \quad (36)$$

$$F(a_c) = a_c - f(a_c) = 0 \quad (37)$$

Si se toman valores aleatorios de  $a_c$  y se representa  $F(a_c)$  vs.  $a_c$  se obtiene lo siguiente:



Gráfica 6. Cálculo de la longitud crítica de la fisura ( $a_c$ ) con

$$\sigma_{m\acute{a}x} = 100 \text{ MPa}$$

Si se calcula el punto de corte de la recta con el eje de abscisas, haciendo uso del *método de la secante*, se obtiene que el valor de la longitud crítica es  $a_c=0.0283 \text{ m}$ , por lo que si tomamos este valor para el límite superior de la integral obtendremos los siguientes resultados:

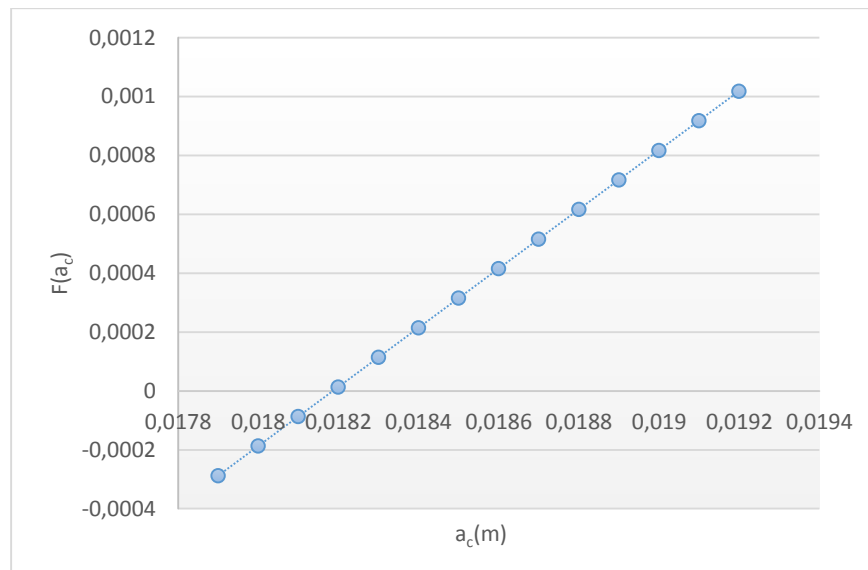
$a_0$ (m)	$\sigma_{m\acute{a}x}$ (MPa)	$\sigma_{med}$ (MPa)	$N_{\text{París}}$ (Ciclos)	$N_{\text{Forman}}$ (Ciclos)
<b>0,001</b>	100	50	<b>109068</b>	<b>135465</b>
<b>0,003</b>	100	50	<b>49439</b>	<b>56297</b>
<b>0,005</b>	100	50	<b>32135</b>	<b>32490</b>

Tabla 3 Cálculo de la vida a fatiga mediante integración con

$$\Delta\sigma = 100 \text{ MPa y } R=0$$

$$\checkmark \Delta\sigma = 100 \text{ MPa} \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{\min} = 25 \text{ MPa} \\ \sigma_{\max} = 125 \text{ MPa} \end{array} \right\} R = 0.2$$

Nuevamente se necesita obtener el valor crítico de la longitud de fisura para proceder al cálculo de la vida a fatiga, por lo que se seguirá el mismo procedimiento que en el apartado anterior y haciendo uso de las ecuaciones (36) y (37) se representará  $F(a_c)$  vs.  $a_c$ :



Gráfica 7. Cálculo de la longitud crítica de la fisura ( $a_c$ ) con

$$\sigma_{\max} = 125 \text{ MPa}$$

Si se procede a calcular el punto de corte de la recta con el eje de abscisas, haciendo uso del método de la secante, se obtiene que el valor de la longitud crítica es  $a_c = 0.0182 \text{ m}$ , por lo que si tomamos este valor para el límite superior de la integral obtendremos los siguientes resultados:

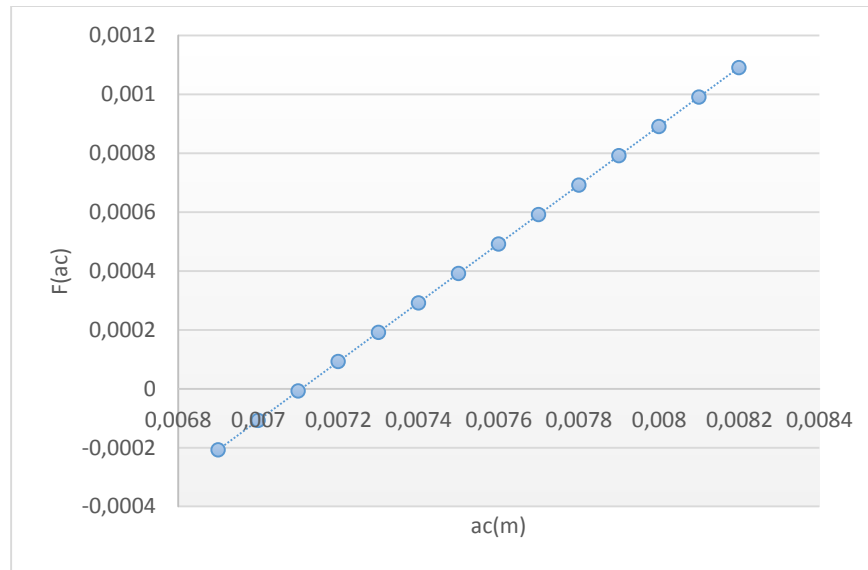
$a_0 \text{ (m)}$	$\sigma_{\max} \text{ (MPa)}$	$\sigma_{\text{med}} \text{ (MPa)}$	$N_{\text{Paris}} \text{ (Ciclos)}$	$N_{\text{Forman}} \text{ (Ciclos)}$
<b>0,001</b>	125	75	<b>104275</b>	<b>91114</b>
<b>0,003</b>	125	75	<b>44266</b>	<b>32600</b>
<b>0,005</b>	125	75	<b>26852</b>	<b>16231</b>

Tabla 4 Cálculo de la vida a fatiga mediante integración con

$$\Delta\sigma = 100 \text{ MPa y } R=0.2$$

$$\checkmark \Delta\sigma = 100 \text{ MPa} \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{\min} = 100 \text{ MPa} \\ \sigma_{\max} = 200 \text{ MPa} \end{array} \right\} R = 0.5$$

En este último caso, nuevamente habrá que recurrir al procedimiento del apartado primero del punto 6.1.1 de esta memoria para calcular la longitud crítica de fisura, por lo que si representamos  $F(a_c)$  vs.  $a_c$  se obtiene lo siguiente:



Gráfica 8. Cálculo de la longitud crítica de la fisura ( $a_c$ ) con  $\sigma_{\max} = 200 \text{ MPa}$

Si se procede a calcular el punto de corte de la recta con el eje de abscisas, haciendo uso del método de la secante, se obtiene que el valor de la longitud crítica es  **$a_c = 0.0071 \text{ m}$** , por lo que si tomamos este valor para el límite superior de la integral obtendremos los siguientes resultados:

$a_0$ (m)	$\sigma_{\max}$ (MPa)	$\sigma_{med}$ (MPa)	$N_{\text{Paris}}$ (Ciclos)	$N_{\text{Forman}}$ (Ciclos)
<b>0,001</b>	200	105	<b>86824</b>	<b>32794</b>
<b>0,003</b>	200	105	<b>26768</b>	<b>5947</b>
<b>0,005</b>	200	105	<b>9341</b>	<b>964</b>

Tabla 5 Cálculo de la vida a fatiga mediante integración con

$$\Delta\sigma = 100 \text{ MPa} \text{ y } R=0.5$$



Si se realiza un análisis de los datos obtenidos tras la integración de ambas leyes se puede observar cómo para una misma longitud inicial de fisura, si aumentamos la tensión media a la que es sometida la placa, el número de ciclos obtenidos se reduce considerablemente. Esto mismo ocurre en el caso de mantener constante la tensión media o aumentar la longitud de fisura.

Por otro lado cabe destacar como la ley de Forman presenta un menor número de ciclos antes de la rotura para un mismo estado de cargas que la ley de Paris cuando  $R$  es distinto de 0, ya que como se vio en las gráficas del apartado 5.3 Forman presenta una mayor velocidad de propagación de fisura que la ley de Paris para un mismo  $\Delta K$ . Pero esto se contradice cuando se analiza el caso de que  $R=0$ , ya que como se pudo observar en la gráfica 1, en este caso, la ley de Forman presentaba una menor velocidad de propagación de fisura que la ley de Paris para un mismo  $\Delta K$ , lo que da como resultado un mayor número de ciclos antes de la rotura.

### 6.1.2 CÁLCULO DE LA VIDA A FATIGA. INTEGRACIÓN CICLO A CICLO

En este segundo apartado, se utilizarán las ley de Paris y la ley de Forman desarrolladas (ecuación (38) y (39)) de tal manera que se pueda calcular el número de ciclos antes de la rotura total de la placa basándose en el cálculo de la longitud de fisura final tras un ciclo de carga.

Es necesario recordar, que para una aplicación de cargas de amplitud constante, este método no sería necesario ejecutarle, ya que se podría obtener la vida a fatiga a través de la integración numérica del apartado 6.1.1, aun así, en este proyecto se desarrollará como prueba de que el programa creado para el cálculo de la vida a fatiga cuando tenemos una placa sometida a cargas de amplitud variable (6.2) es correcto.

#### ✓ LEY DE PARIS:

$$a_{(i+1)p} = a_{ip} + A * (\Delta \sigma * \beta(a) * \sqrt{\pi * a_{ip}})^m \quad (38)$$





✓ LEY DE FORMAN:

$$a_{(i+1)f} = a_{if} + \frac{C * (\Delta\sigma * \beta(a) * \sqrt{\pi * a_{ip}})^n}{(1-R) * K_{IC} - (\Delta\sigma * \beta(a) * \sqrt{\pi * a_{ip}})} \quad (39)$$

Lo que interesa en este primer programa (ver anexo), es obtener el tamaño de la fisura “final” una vez que a la placa se le ha sometido a un ciclo de carga, para posteriormente calcular el factor de intensidad de tensiones propio para cada una de las leyes en ese momento y poder comprobar si éste es superior al factor de intensidad de tensiones crítico, es decir:

$$K_I(a_i)_{Paris \text{ o } Forman} < K_{IC} \quad (40)$$

Si la ecuación (40) no se cumple, es porque la placa sometida a estudio ha roto. Si por el contrario esto no ha ocurrido, se volverá a generar un nuevo ciclo de carga y a repetir los pasos anteriormente citados hasta que haya una propagación de fisuras inestable que provoque la rotura de la misma.

Los resultados numéricos obtenidos son los siguientes:

$$\checkmark \Delta\sigma = 100 \text{ MPa} \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{min} = 0 \text{ MPa} \\ \sigma_{max} = 100 \text{ MPa} \end{array} \right\} R = 0$$

$a_0$ (m)	$\sigma_{med}$ (MPa)	N <sub>Paris</sub> (Ciclos) –Int.Num–	N <sub>Paris</sub> (Ciclos) –Ciclo a ciclo–	N <sub>Forman</sub> (Ciclos) – Int.Num–	N <sub>Forman</sub> (Ciclos) –Ciclo a ciclo–
<b>0.001</b>	50	<b>109068</b>	109690	<b>135465</b>	136303
<b>0.003</b>	50	<b>49439</b>	49761	<b>56297</b>	56759
<b>0.005</b>	50	<b>32135</b>	32351	<b>32490</b>	32803

Tabla 6 Cálculo de la vida a fatiga ciclo a ciclo  $\Delta\sigma = 100 \text{ MPa}$  y

$$R=0$$



$$\checkmark \Delta\sigma = 100 \text{ MPa} \begin{cases} \sigma_{min} = 25 \text{ MPa} \\ \sigma_{max} = 125 \text{ MPa} \end{cases} R = 0.2$$

$a_0$ (m)	$\sigma_{med}$ (MPa)	N <sub>Paris</sub> (Ciclos) –Int.Num–	N <sub>Paris</sub> (Ciclos) –Ciclo a ciclo–	N <sub>Forman</sub> (Ciclos) – Int.Num–	N <sub>Forman</sub> (Ciclos) –Ciclo a ciclo–
<b>0.001</b>	75	<b>104275</b>	104204	<b>91114</b>	91061
<b>0.003</b>	75	<b>44266</b>	44274	<b>32600</b>	32621
<b>0.005</b>	75	<b>26852</b>	26865	<b>16231</b>	16257

Tabla 7 Cálculo de la vida a fatiga ciclo a ciclo  $\Delta\sigma = 100 \text{ MPa}$  y

$$R=0.2$$

$$\checkmark \Delta\sigma = 100 \text{ MPa} \begin{cases} \sigma_{min} = 100 \text{ MPa} \\ \sigma_{max} = 200 \text{ MPa} \end{cases} R = 0.5$$

$a_0$ (m)	$\sigma_{med}$ (MPa)	N <sub>Paris</sub> (Ciclos) –Int.Num–	N <sub>Paris</sub> (Ciclos) –Ciclo a ciclo–	N <sub>Forman</sub> (Ciclos) – Int.Num–	N <sub>Forman</sub> (Ciclos) –Ciclo a ciclo–
<b>0.001</b>	150	<b>86824</b>	86703	<b>32794</b>	32724
<b>0.003</b>	105	<b>26768</b>	26773	<b>5947</b>	5941
<b>0.005</b>	105	<b>9341</b>	9364	<b>964</b>	966

Tabla 8 Cálculo de la vida a fatiga ciclo a ciclo  $\Delta\sigma = 100 \text{ MPa}$  y

$$R=0.5$$

Tras este primer análisis, se puede comprobar como el programa creado para el caso de carga de amplitud variable, da unos resultados coherentes y muy similares a los obtenidos a través de la integración numérica, pudiéndose observar una variación despreciable.

Por otro lado, vuelvan a quedar patentes las conclusiones obtenidas en el apartado 6.1.1:

- Para una misma tensión media aplicada, al aumentar el tamaño de la longitud de fisura inicial, el número de ciclos antes de la rotura disminuyen.
- Para una misma longitud de fisura inicial, al aumentar la tensión media aplicada, disminuye el número de ciclos antes de la rotura.
- La ley de Forman presentará un menor número de ciclos antes de la rotura que la ley de Paris al presentar una mayor velocidad de propagación de fisuras para un mismo valor de  $\Delta K$ , siempre y cuando la relación de tensiones ( $R$ ) no tome un valor muy pequeño, ya que si  $R \sim 0$  esto se contradice.

## 6.2. CARGA ALEATORIA

En este segundo apartado se estudiará el caso de una placa de Aluminio 2124-T851 a la que se le aplicará una carga de amplitud variable y de la cual, conocida su longitud inicial de fisura ( $a_0$ ), se desea determinar su vida a fatiga para las Leyes de Paris y de Forman.

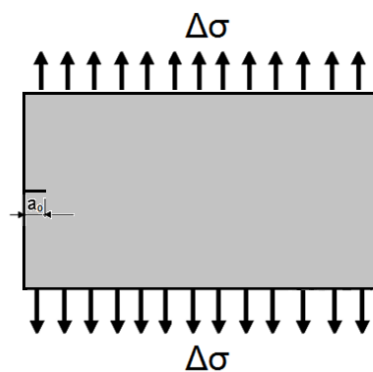


Fig.41. Placa sometida a estudio. Aplicación de carga de amplitud variable

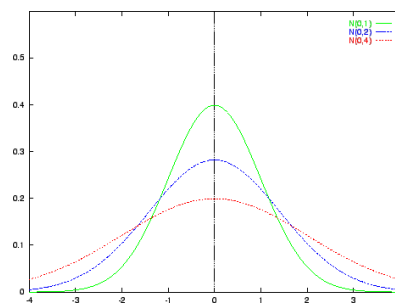
Para ello, haciendo uso del software de cálculo numérico Matlab, se desarrollarán tres programas (ver anexo), que facilitarán el cálculo de la vida a fatiga sometida a estudio.

En el primero de ellos, se calculará la vida a fatiga de la placa de aluminio haciendo un estudio ciclo a ciclo, sin ningún tipo de restricción ni condición. En el segundo de ellos, se eliminarán los ciclos de compresión y en el tercero se tendrá en cuenta el umbral, para finalmente llevar a cabo una comparación de los resultados conseguidos y hacer un estudio para explicar las variaciones existentes en el número de ciclos obtenidos en cada caso.

### 6.2.1 GENERACIÓN DE CARGA ALEATORIA

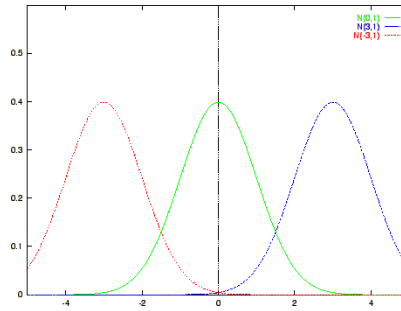
Para generar la carga aleatoria, se extraerán ciclos de una distribución normal, de media cero y desviación típica variable, siendo éste, uno de los datos a introducir por el usuario.

En la figura 43 se puede ver la influencia de la media y en la figura 42 la influencia de la desviación típica en una distribución normal y como estas variaciones puede afectar a la hora de obtener datos.



*Fig.42. Influencia de la desviación típica en una distribución normal*

La desviación típica, representa un parámetro de dispersión, es decir cuanto mayor sea, mayor probabilidad de obtener datos alejados de la media, y cuanto menor sea, habrá una mayor probabilidad de obtener datos alrededor de la media.



*Fig.43. Influencia del cambio de media en una distribución normal*

Como se puede ver en la figura 43, la media indica la posición de la campana, es decir, se trata de un parámetro de centralización.

De esta manera y según la ecuación (41), se obtendrán valores de sigma variables y dependientes del valor de  $\sigma_{med}$  que se introducirá también como constante por el usuario y de  $\sigma'$ , que como se comentó con anterioridad, se trata de una variable aleatoria que se distribuye normalmente con media es cero, y desviación típica la introducida por el usuario como se muestra en la ecuación (42).

$$\sigma = \sigma_{med} + \sigma' \quad (41)$$

$$\sigma' \sim N(0, dt) \quad (42)$$

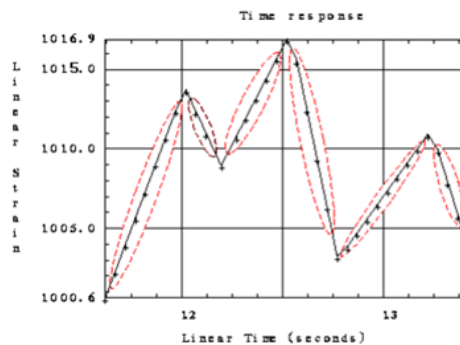
### 6.2.2 CÓMPUTO DE CICLOS

El proceso para poder llegar a obtener una estimación de la vida a fatiga a través de datos experimentales como se manejan en este proyecto se puede clasificar en dos partes:

#### ✓ REDUCCIÓN A PICOS Y VALLES

Cuando se obtienen una serie de datos experimentalmente, existen algunos de ellos que tienen poco utilidad a la hora de predecir la vida a fatiga, como son todos aquellos datos que no sean los valores máximos o también llamados picos, o los valores

mínimos o valles, al no ser de interés como varía la deformación o la tensión unitaria entre ellos.



*Fig.44. Ejemplo de eliminación de los valores entre picos y valles*

En la figura 44 se muestra como los datos intermedios entre los picos y valles (señalados por una línea discontinua roja), no son tenidos en cuenta eliminándolos y dejando únicamente los valores máximos y mínimos.

#### ✓ CONTEO DE CICLOS

Una vez que se han reducido los valores a tener en cuenta por el programa a los de los picos y valles se procede al conteo de ciclos, lo cual no es un proceso sencillo, lo que desencadenó a diversos algoritmos para proceder al cómputo de ciclos experimentales como puede ser el Método de Range-Pair o el Método Rainflow.

En este proyecto el conteo de ciclos se llevó a cabo, teniendo en cuenta la tendencia y realizando un control de los datos de dos en dos, de tal modo, que si un dato, es menor al anterior, y la tendencia es ascendente, se contabilizará un ciclo, y se pasará a cambiar la tendencia a descendente. A continuación, se seguirán controlando los datos, de dos en dos, mientras se produzca un descenso, hasta que haya un nuevo cambio de tendencia, momento en el que el programa lo detectará pero no contabilizará un aumento de ciclo, ya que el incremento de estos se produce únicamente cuando existe un cambio de tendencia de ascendente a descendente.

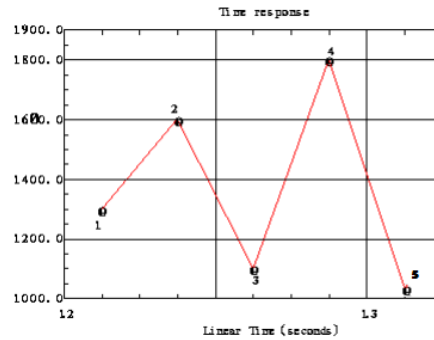


Fig.45. Ejemplo del conteo de ciclos

Es decir, si hacemos referencia a la figura 45 , únicamente se contará un ciclo cuando del punto 2 se pase al 3, y cuando del punto 4 se pase al 5, momentos en los que el programa detectará un cambio de tendencia de ascendente a descendente.

### 6.2.3 RESULTADOS NUMÉRICOS

Una vez realizado el análisis de carga constante se procede a realizar el estudio de la ley Paris y de Forman, ciclo a ciclo, con *cargas variables*, de este modo y usando las fórmulas correspondientes a ambas leyes, desarrolladas en el apartado 6.2.1, se obtendrán los resultados en un primer momento sin ningún tipo de restricción, para posteriormente eliminar los ciclos de compresión y finalmente analizar un último caso teniendo en cuenta el umbral de fatiga.

- **CÁLCULO DEL NÚMERO DE CICLOS SIN RESTRICCIONES**

En este apartado realizaremos el cálculo para la obtención del número de ciclos de vida de nuestra placa, usando la ley de Forman y de Paris, sin ningún tipo de restricción ni condición. Para ello como se desarrolló en el apartado 6.1.1 de este proyecto, se calculará el número de ciclos que la placa es capaz de aguantar antes de su rotura obteniéndose la longitud final de la fisura tras un determinado ciclo de carga, calculando con dicha longitud el factor de intensidad de tensiones en dicho momento y comparándolo con el factor de intensidad de tensiones crítico, de tal modo que si el



obtenido es mayor al crítico, la placa ha roto y en caso contrario, se volverá a ejercer un nuevo ciclo de carga sobre la misma hasta que se produzca la rotura.

Para llevar a cabo este estudio, se analizarán tres tamaños de fisura distintos, así como tres tensiones medias, y tres desviaciones típicas de la distribución normal de media cero utilizada para el cálculo de la carga aleatoria.

$$\checkmark \quad a_0 = 0.01 \, m \rightarrow \begin{cases} \sigma_{med} = 10 \rightarrow dt \begin{cases} 10 \\ 15 \\ 20 \end{cases} \\ \sigma_{med} = 20 \rightarrow dt \begin{cases} 10 \\ 15 \\ 20 \end{cases} \\ \sigma_{med} = 25 \rightarrow dt \begin{cases} 10 \\ 15 \\ 20 \end{cases} \end{cases}$$

$a_0(m)$	$\sigma_{med} (MPa)$	$dt$	$N_{Paris} (ciclos)$	$N_{Forman} (ciclos)$
<b>0.01</b>	10	10	2857688	4201247
<b>0.01</b>	10	15	698359	1320435
<b>0.01</b>	10	20	226735	523135
<b>0.01</b>	20	10	2608423	2407164
<b>0.01</b>	20	15	647844	817924
<b>0.01</b>	20	20	166070	320590
<b>0.01</b>	25	10	2464391	1881271
<b>0.01</b>	25	15	548143	629974
<b>0.01</b>	25	20	168692	231252

Tabla 9 Cálculo del número de ciclos antes de la rotura para un  $a_0=0.01 \, m$ . Sin restricciones.





$$\checkmark \quad a_0 = 0.005 \text{ m} \rightarrow \begin{cases} \sigma_{med} = 10 \rightarrow dt \begin{cases} 10 \\ 15 \\ 20 \end{cases} \\ \sigma_{med} = 20 \rightarrow dt \begin{cases} 10 \\ 15 \\ 20 \end{cases} \\ \sigma_{med} = 25 \rightarrow dt \begin{cases} 10 \\ 15 \\ 20 \end{cases} \end{cases}$$

$a_0(m)$	$\sigma_{med} (MPa)$	$dt$	$N_{Paris} (ciclos)$	$N_{Forman} (ciclos)$
0.005	10	10	4833824	6838724
0.005	10	15	1272498	2259598
0.005	10	20	470194	944801
0.005	20	10	4680933	4177253
0.005	20	15	1077606	1479245
0.005	20	20	423242	651303
0.005	25	10	4436702	3308287
0.005	25	15	1069662	1207895
0.005	25	20	391001	534786

Tabla 10 Cálculo del número de ciclos antes de la rotura para un  $a_0=0.005 \text{ m}$ . Sin restricciones.



$$\checkmark = 0.002 \text{ m} \rightarrow \begin{cases} \sigma_{med} = 10 \rightarrow dt \begin{cases} 10 \\ 15 \\ 20 \end{cases} \\ \sigma_{med} = 20 \rightarrow dt \begin{cases} 10 \\ 15 \\ 20 \end{cases} \\ \sigma_{med} = 25 \rightarrow dt \begin{cases} 10 \\ 15 \\ 20 \end{cases} \end{cases}$$

$a_0(m)$	$\sigma_{med} (MPa)$	$dt$	$N_{Paris} (ciclos)$	$N_{Forman} (ciclos)$
<b>0.002</b>	10	10	9036757	11396680
<b>0.002</b>	10	15	2430923	4083307
<b>0.002</b>	10	20	937086	1813326
<b>0.002</b>	20	10	8497786	7171055
<b>0.002</b>	20	15	2307191	2754958
<b>0.002</b>	20	20	895412	1284615
<b>0.002</b>	25	10	8687833	5981870
<b>0.002</b>	25	15	2251929	2369131
<b>0.002</b>	25	20	854817	1122095

Tabla 11 Cálculo del número de ciclos antes de la rotura para un  $a_0=0.002 \text{ m}$ . Sin restricciones.

Analizando este primer caso con carga de amplitud variable, se observa como el número de ciclos obtenidos a través de método de Forman es superior a los obtenidos con el método de Paris, ya que como se estudió en el apartado 5.3, al representar ambas gráficas, pudimos comprobar como la ley Forman para una misma amplitud del factor de intensidad de tensiones ( $\Delta K$ ) que la ley de Paris, presentaba una mayor velocidad de



propagación de fisura  $\left(\frac{da}{dN}\right)$  siempre que la relación de tensiones fuera aproximadamente mayor a cero.

Por otro lado, tras este primer análisis se aprecian que existen casos (señalados en rojo), en los que lo anteriormente expuesto, se contradice, pero si se analiza nuevamente lo que se expuso en el apartado 2, se puede comprobar como la ley Forman, en los casos en los que la relación de tensiones es muy pequeña ( $R$  entre 0 y 0.1) se obtiene un menor número de ciclos, ya que en estas ocasiones la curva de la ley de Paris está representada por encima de la curva de la ley de Forman, presentando una mayor velocidad de propagación de fisura para una misma amplitud del factor de intensidad de tensiones. Por lo tanto, se obtienen unos resultados coherentes, ya que este análisis parte del supuesto de que la relación de tensiones es variable en todo momento.

En cuanto a la influencia de la tensión media y la desviación típica en la vida a fatiga, se puede determinar que en ambos casos, al aumentar las mismas, disminuye el número de ciclos que la placa es capaz de soportar antes de la rotura, al igual que ocurre al aumentar el tamaño de fisura, destacando la gran importancia de detectar éstas a tiempo, ya que esto influye de manera directa en la vida a fatiga de la placa.

- **CÁLCULO DEL NÚMERO DE CICLOS ELIMINANDO CICLOS DE COMPRESIÓN**

En este apartado se realizará el cálculo para la obtención del número de ciclos de vida de la placa sometida estudio, usando las fórmulas para calcular la longitud final de una fisura a la que se le impone un cierto ciclo de carga, correspondiente a la ley de Paris ecuación (38) y la ley de Forman ecuación (39), pero con una condición:

*“El valor de  $\sigma_{min}$  tiene que ser en todos los casos mayor o igual a 0”, es decir, en este apartado, se eliminarán los ciclos de compresión.*

De esta manera, al igual que ocurre en el apartado anterior, y con los mismos ciclos de carga que en él se desarrollan, se obtendrán las longitudes de fisuras finales, con las que se procederá a calcular el factor de intensidad de tensiones en cada caso, el cual posteriormente se comparará con el factor de intensidad de tensiones crítico para



comprobar si la placa ha roto o si por el contrario se procede a obtener un nuevo ciclo de carga (ver ecuación (40)).

Para proceder con este estudio, se analizarán nuevamente tres tamaños de fisura distintos, así como tres tensiones media, y tres desviaciones típicas de la distribución normal de media cero utilizada para el cálculo de la carga aleatoria.

$$\checkmark a_0 = 0.01 \text{ m} \rightarrow \begin{cases} \sigma_{med} = 10 \rightarrow dt \begin{cases} 10 \\ 15 \\ 20 \end{cases} \\ \sigma_{med} = 20 \rightarrow dt \begin{cases} 10 \\ 15 \\ 20 \end{cases} \\ \sigma_{med} = 25 \rightarrow dt \begin{cases} 10 \\ 15 \\ 20 \end{cases} \end{cases}$$

$a_0(m)$	$\sigma_{med} (MPa)$	$dt$	$N_{Paris} (ciclos)$	$N_{Forman} (ciclos)$
<b>0.01</b>	10	10	4893136	5255997
<b>0.01</b>	10	15	1509713	1847748
<b>0.01</b>	10	20	575101	641164
<b>0.01</b>	20	10	2608392	2492708
<b>0.01</b>	20	15	842252	864596
<b>0.01</b>	20	20	324560	376047
<b>0.01</b>	25	10	2590521	1881271
<b>0.01</b>	25	15	717629	653677
<b>0.01</b>	25	20	230991	251181

Tabla 12 Cálculo del número de ciclos antes de la rotura para un  $a_0=0.01 \text{ m}$  eliminando ciclos de compresión



$$\checkmark \quad a_0 = 0.005 \text{ m} \rightarrow \begin{cases} \sigma_{med} = 10 \rightarrow dt \begin{cases} 10 \\ 15 \\ 20 \end{cases} \\ \sigma_{med} = 20 \rightarrow dt \begin{cases} 10 \\ 15 \\ 20 \end{cases} \\ \sigma_{med} = 25 \rightarrow dt \begin{cases} 10 \\ 15 \\ 20 \end{cases} \end{cases}$$

$a_0(m)$	$\sigma_{med} (MPa)$	$dt$	$N_{Paris} (ciclos)$	$N_{Forman} (ciclos)$
<b>0.005</b>	10	10	8099848	8175680
<b>0.005</b>	10	15	2652556	3167581
<b>0.005</b>	10	20	1174618	1380354
<b>0.005</b>	20	10	5059821	4219186
<b>0.005</b>	20	15	1573429	1644558
<b>0.005</b>	20	20	696581	790903
<b>0.005</b>	25	10	4701785	3292442
<b>0.005</b>	25	15	1357490	1292503
<b>0.005</b>	25	20	587241	623573

Tabla 13 Cálculo del número de ciclos antes de la rotura para un  $a_0=0.005 \text{ m}$  eliminando ciclos de compresión



$$\checkmark \quad a_0 = 0.002 \text{ m} \rightarrow \begin{cases} \sigma_{med} = 10 \rightarrow dt \begin{cases} 10 \\ 15 \\ 20 \end{cases} \\ \sigma_{med} = 20 \rightarrow dt \begin{cases} 10 \\ 15 \\ 20 \end{cases} \\ \sigma_{med} = 25 \rightarrow dt \begin{cases} 10 \\ 15 \\ 20 \end{cases} \end{cases}$$

$a_0(m)$	$\sigma_{med} (MPa)$	$dt$	$N_{Paris} (ciclos)$	$N_{Forman} (ciclos)$
<b>0.002</b>	10	10	<b>15015620</b>	<b>13960540</b>
<b>0.002</b>	10	15	5271394	5616498
<b>0.002</b>	10	20	2408678	2749574
<b>0.002</b>	20	10	<b>8497695</b>	<b>7415241</b>
<b>0.002</b>	20	15	<b>3227959</b>	<b>3051826</b>
<b>0.002</b>	20	20	1524239	1626865
<b>0.002</b>	25	10	<b>8753876</b>	<b>6026977</b>
<b>0.002</b>	25	15	<b>2710958</b>	<b>2476846</b>
<b>0.002</b>	25	20	1271246	1293378

*Tabla 14 Cálculo del número de ciclos antes de la rotura para un  $a_0=0.002 \text{ m}$  eliminando ciclos de compresión*

En este segundo apartado, en donde se tiene en cuenta que la tensión mínima tiene que ser mayor a cero, y por lo tanto se llevará a cabo la eliminación de los ciclos de compresión, se volverán a comprobar todo lo citado en el apartado anterior, en el que se desarrollaba la ley de Paris y de Forman sin ningún tipo de restricción.



Como elemento diferenciador del caso sin restricciones, se hace patente la influencia de la eliminación de los ciclos de compresión en la vida a fatiga, observándose como cuando se lleva a cabo dicha eliminación, el número de ciclos aumenta considerablemente.

- **CÁLCULO DEL NÚMERO DE CICLOS TENIENDO EN CUENTA EL UMBRAL DE FATIGA**

En este apartado se realizará el cálculo para la obtención del número de ciclos de vida de la placa sometida a estudio, usando las fórmulas correspondientes de la ley de Forman y de Paris, pero con dos condiciones:

- ✓ *Se llevará a cabo la eliminación de todos los ciclos de compresión.*
- ✓ *Se tendrá en cuenta el umbral de fatiga, que representa el máximo valor de  $\Delta K$  por debajo del cual, las fisuras no crecerán, o su crecimiento será indetectable.*

Al igual que en los casos anteriores, se utilizarán las ecuaciones (38) y (39) para calcular la longitud final de una fisura a la que se le impone un cierto ciclo de carga, el cual es el mismo que en los dos apartados anteriores, para de este modo proceder al cálculo del factor de intensidad de tensiones y compararlo con el factor de intensidad de tensiones crítico (ver ecuación 40) y poder comprobar si la placa ha roto o bien se podrá someter a un nuevo ciclo de carga, pero a excepción del apartado anterior, en este segundo caso, se usará la fórmula del umbral de fatiga, desarrollada en el apartado 3.8. para comprobar si la amplitud del factor de intensidad de tensiones en cada ciclo de carga es superior al  $\Delta K_0$  calculado utilizando la ecuación 33 ya que de no ser así  $a_{i+1} = a_i$ :

$$\Delta K_0(R) = 7(1 - 0.85R) \quad 0.1 < R < 0.9 \quad (33)$$

$$\Delta K_0(R) \text{ Varía entre 5 y 6} \quad 0 < R < 0.1$$



Para proceder con este estudio, se analizarán nuevamente tres tamaños de fisura distintos, así como tres tensiones media, y tres desviaciones típicas de la distribución normal de media cero utilizada para el cálculo de la carga aleatoria.

$$\checkmark \quad a_0 = 0.01 \text{ m} \rightarrow \begin{cases} \sigma_{med} = 10 \rightarrow dt \begin{cases} 10 \\ 15 \\ 20 \end{cases} \\ \sigma_{med} = 20 \rightarrow dt \begin{cases} 10 \\ 15 \\ 20 \end{cases} \\ \sigma_{med} = 25 \rightarrow dt \begin{cases} 10 \\ 15 \\ 20 \end{cases} \end{cases}$$

$a_0(m)$	$\sigma_{med} (MPa)$	$dt$	$N_{Paris} (ciclos)$	$N_{Forman} (ciclos)$
<b>0.01</b>	10	10	7554567	9321672
<b>0.01</b>	10	15	1715607	2089953
<b>0.01</b>	10	20	586338	714500
<b>0.01</b>	20	10	3561763	3331665
<b>0.01</b>	20	15	864596	998096
<b>0.01</b>	20	20	324560	376047
<b>0.01</b>	25	10	2954557	2272742
<b>0.01</b>	25	15	725200	717629
<b>0.01</b>	25	20	230991	251181

Tabla 15 Cálculo del número de ciclos antes de la rotura para un  $a_0=0.01 \text{ m}$  teniendo en cuenta el umbral de fatiga





$$\checkmark \quad a_0 = 0.005 \, m \rightarrow \begin{cases} \sigma_{med} = 10 \rightarrow dt \begin{cases} 10 \\ 15 \\ 20 \end{cases} \\ \sigma_{med} = 20 \rightarrow dt \begin{cases} 10 \\ 15 \\ 20 \end{cases} \\ \sigma_{med} = 25 \rightarrow dt \begin{cases} 10 \\ 15 \\ 20 \end{cases} \end{cases}$$

$a_0(m)$	$\sigma_{med} (MPa)$	$dt$	$N_{Paris} (ciclos)$	$N_{Forman} (ciclos)$
0.005	10	10	<b>VIDA ILIMITADA</b>	<b>VIDA ILIMITADA</b>
0.005	10	15	4367274	5468733
0.005	10	20	1380354	1711317
0.005	20	10	16684220	18117710
0.005	20	15	2078886	2369402
0.005	20	20	775489	896738
0.005	25	10	<b>11560300</b>	<b>10471470</b>
0.005	25	15	1621796	1728865
0.005	25	20	4367274	5468733

Tabla 16 Cálculo del número de ciclos antes de la rotura para un  $a_0=0.005 \, m$  teniendo en cuenta el umbral de fatiga



$$\checkmark \quad a_0 = 0.002 \text{ m} \rightarrow \begin{cases} \sigma_{med} = 10 \rightarrow dt \begin{cases} 10 \\ 15 \\ 20 \end{cases} \\ \sigma_{med} = 20 \rightarrow dt \begin{cases} 10 \\ 15 \\ 20 \end{cases} \\ \sigma_{med} = 25 \rightarrow dt \begin{cases} 10 \\ 15 \\ 20 \end{cases} \end{cases}$$

$a_0(m)$	$\sigma_{med} (MPa)$	$dt$	$N_{Paris} (ciclos)$	$N_{Forman} (ciclos)$
0.002	10	10	VIDA ILIMITADA	VIDA ILIMITADA
0.002	10	15	VIDA ILIMITADA	VIDA ILIMITADA
0.002	10	20	6621812	8169141
0.002	20	10	VIDA ILIMITADA	VIDA ILIMITADA
0.002	20	15	VIDA ILIMITADA	VIDA ILIMITADA
0.002	20	20	3083861	3752289
0.002	25	10	VIDA ILIMITADA	VIDA ILIMITADA
0.002	25	15	VIDA ILIMITADA	VIDA ILIMITADA
0.002	25	20	2292795	2717951

Tabla 17 Cálculo del número de ciclos antes de la rotura para un  $a_0=0.002 \text{ m}$  teniendo en cuenta el umbral de fatiga

En este tercer apartado, en donde se tendrá en cuenta el umbral de fatiga, así como la condición de la eliminación de los ciclos de compresión, se volverán a comprobar



todo lo citado en el primer apartado, en el que se desarrollaba la ley de Paris y de Forman sin ningún tipo de restricción.

Además, en este nuevo caso, queda reflejado como cuando se tiene en cuenta el umbral de fatiga, el número de ciclos aumenta considerablemente, hasta el punto de que en algunos casos se pudo obtener vida ilimitada, es decir la rotura de la placa sometida a estudio nunca llega a ocurrir.



• COMPARACIÓN DE LOS DATOS EXPERIMENTALES OBTENIDO EN LOS TRES CASOS ESTUDIADOS Y CONCLUSIONES

$a_0(m)$	$\sigma_{med} (MPa)$	media	dt	$N_{Paris} (ciclos)$ -Sin restricción-	$N_{Forman} (ciclos)$ -Sin restricción-	$N_{Paris} (ciclos)$ -Sin ciclos de compresión-	$N_{Forman} (ciclos)$ -Sin ciclos de compresión-	$N_{Paris} (ciclos)$ -Umbral-	$N_{Forman} (ciclos)$ -Umbral-
0.01	10	0	10	2857688	4201247	4893136	5255997	7554567	9321672
0.01	10	0	15	698359	1320435	1509713	1847748	1715607	2089953
0.01	10	0	20	226735	523135	575101	641164	586338	714500
0.01	20	0	10	2608423	2407164	2608392	2492708	3561763	3331665
0.01	20	0	15	647844	817924	842252	864596	864596	998096
0.01	20	0	20	166070	320590	324560	376047	324560	376047
0.01	25	0	10	2464391	1881271	2590521	1881271	2954557	2272742
0.01	25	0	15	548143	629974	717629	653677	725200	717629
0.01	25	0	20	168692	231252	230991	251181	230991	251181

Tabla 18 Comparación de los datos experimentales con  $a_0=0.01$



$a_0$ (m)	$\sigma_{med}$ (MPa)	media	dt	$N_{Paris}$ (ciclos) -Sin restricción-	$N_{Forman}$ (ciclos) -Sin restricción-	$N_{Paris}$ (ciclos) -Sin ciclos de compresión-	$N_{Forman}$ (ciclos) -Sin ciclos de compresión-	$N_{Paris}$ (ciclos) -Umbral-	$N_{Forman}$ (ciclos) -Umbral-
0.005	10	0	10	4833824	6838724	8099848	8175680	VIDA ILIMITADA	VIDA ILIMITADA
0.005	10	0	15	1272498	2259598	2652556	3167581	4367274	5468733
0.005	10	0	20	470194	944801	1174618	1380354	1380354	1711317
0.005	20	0	10	4680933	4177253	5059821	4219186	16684220	18117710
0.005	20	0	15	1077606	1479245	1573429	1644558	2078886	2369402
0.005	20	0	20	423242	651303	696581	790903	775489	896738
0.005	25	0	10	4436702	3308287	4701785	3292442	11560300	10471470
0.005	25	0	15	1069662	1207895	1357490	1292503	1621796	1728865
0.005	25	0	20	391001	534786	587241	623573	4367274	5468733

Tabla 19 Comparación de los datos experimentales con  $a_0=0.05$



$a_0(\text{m})$	$\sigma_{med} (\text{MPa})$	$media$	$dt$	$N_{Paris} (\text{ciclos})$ -Sin restricción-	$N_{Forman} (\text{ciclos})$ -Sin restricción-	$N_{Paris} (\text{ciclos})$ -Sin ciclos de compresión-	$N_{Forman} (\text{ciclos})$ -Sin ciclos de compresión-	$N_{Paris} (\text{ciclos})$ -Umbral-	$N_{Forman} (\text{ciclos})$ -Umbral-
0.002	10	0	10	9036757	11396680	15015620	13960540	VIDA ILIMITADA	VIDA ILIMITADA
0.002	10	0	15	2430923	4083307	5367247	5636081	VIDA ILIMITADA	VIDA ILIMITADA
0.002	10	0	20	937086	1813326	2408678	2749574	6621812	8169141
0.002	20	0	10	8497786	7171055	8497695	7415241	VIDA ILIMITADA	VIDA ILIMITADA
0.002	20	0	15	2307191	2754958	3227959	3051826	VIDA ILIMITADA	VIDA ILIMITADA
0.002	20	0	20	895412	1284615	1524239	1626865	3083861	3752289
0.002	25	0	10	8687833	5981870	8753876	6026977	VIDA ILIMITADA	VIDA ILIMITADA
0.002	25	0	15	2251929	2369131	2710958	2476846	VIDA ILIMITADA	VIDA ILIMITADA
0,002	25	0	20	854817	1122095	1271246	1293378	2292795	2717951

Tabla 20 Comparación de los datos experimentales con  $a_0=0.002$

Viéndolo de una manera conjunta, y teniendo en cuenta que en los tres apartados anteriores, siempre se analiza el *mismo espectro de cargas* se puede concluir;

- La ley de Forman, en la mayoría de los casos, da lugar a un mayor número de ciclos que la ley de Paris, lo que da a entender que se presentan una relación de tensiones próximas a cero ( $R \sim 0$ ).
- Al aumentar la longitud de fisura inicial disminuye el número de ciclos obtenidos hasta la rotura.
- Al aumentar tensión media disminuye el número de ciclos obtenidos hasta la rotura.
- Al aumentar desviación típica disminuye el número de ciclos obtenidos hasta la rotura.
- El número de ciclos obtenidos teniendo en cuenta la condición del umbral es mayor a cuando sólo se tiene en cuenta la eliminación de los ciclos de compresión y estos a su vez mayores, a cuando no se tiene en cuenta ninguna de las dos condiciones anteriores.

**Capítulo 7.**

# CONCLUSIONES Y ESTUDIOS FUTUROS

**7.1- CONCLUSIONES**

**7.2- DESARROLLOS FUTUROS**



## 7. CONCLUSIONES Y ESTUDIOS FUTUROS

---

### 7.1. CONCLUSIONES

---

El principal objetivo de este proyecto es comparar el efecto de emplear diferentes leyes de propagación de fisuras en el análisis de la vida en fatiga de una placa de aluminio 2124 T-851 que presenta una fisura lateral, así como el realizar un análisis de la influencia de otros factores como la supresión de los ciclos de compresión o tener en cuenta el umbral de fatiga. Para llevar a cabo, lo anteriormente descrito, se recurrió al software de cálculo numérico Matlab, que nos permitió desarrollar un programa principal que dejaría en manos del usuario el método a utilizar para calcular la vida a fatiga de la placa sometida a estudio.

En el apartado 6.1 de esta memoria, se ha analizado el caso de cargas de amplitud constante, en donde se llevó a cabo una comparación entre los ciclos obtenidos a través del método de la integración numérica simple y los obtenidos usando el programa ciclo a ciclo desarrollado en Matlab, pudiéndose comprobar, ante la similitud de los resultados alcanzados, como el programa creado para este proyecto es correcto.

En el apartado 6.2 de esta memoria, se ha analizado el caso de cargas de amplitud variable, en donde con el mismo espectro de cargas, se calculó la vida a fatiga ciclo a ciclo de la placa de aluminio, en un primer caso, cuando no existía ningún tipo de restricción en las leyes de Paris y de Forman, en un segundo, cuando se eliminaron los ciclos de compresión y finalmente, teniendo en cuenta el umbral de fatiga.

Tras el análisis llevado a cabo a lo largo del trabajo se alcanzaron las siguientes conclusiones:

- ✓ La ley de Forman presenta una mayor vida a fatiga que la ley de Paris en la mayoría de los casos, lo que hace prever que la relación de tensiones usadas a lo largo de las pruebas realizadas en este proyecto son próximas a cero ( $R \sim 0$ ).
- ✓ Al aumentar la tensión media aplicada sobre la placa, la vida a fatiga disminuye.
- ✓ Cuando la placa sometida a estudio presenta una mayor longitud de fisura inicial, el número ciclos obtenidos hasta la rotura disminuye.

- ✓ Si se aumenta la desviación típica de la distribución normal usada para obtener las cargas aleatorias, se disminuye el número de ciclos obtenidos hasta la rotura.
- ✓ La vida a fatiga cuando se aplica la condición del umbral de fatiga es mayor a cuando sólo se tiene en cuenta la eliminación de los ciclos de compresión y ésta a su vez mayor, a cuando no se tiene en cuenta ninguna de las dos condiciones anteriores.
- ✓ Existe un alto coste computacional cuando se realiza un análisis ciclo a ciclo quedando patente la necesidad de utilizar métodos aproximados, que aunque no proporcionan una solución final, permiten reducir los casos que necesitan ser analizados ciclo a ciclo.
- ✓ Queda patente la importancia del uso de métodos de inspección en las piezas a través de métodos de ensayo no destructivos que aunque proporcionan datos menos exactos que los métodos destructivos, no requieren la destrucción de la pieza a examinar.

## 7.2. DESARROLLOS FUTUROS

---

En definitiva, en este proyecto se ha desarrollado un programa para el cálculo de la vida a fatiga de una placa que presenta una fisura lateral de tamaño inicial y carga aplicada introducida según la demanda del usuario. Además, el tamaño de la misma, y el material del que está creada, también puede ser variable según las necesidades del usuario.

Como línea de desarrollos futuros presentamos las siguientes posibilidades:

- ✓ Considerar otras leyes de propagación de fisuras por fatiga como por ejemplo la Ley de Priddle.
- ✓ Consideración de otros efectos:  
Fenómeno de cierre de grieta.

Retardo de la propagación como consecuencia de las sobrecargas.

- ✓ Consideración de geometrías más complejas.

**Capítulo 8.**

# ANEXOS

**8.1- CÓDIGO FUENTE PROGRAMA MATLAB**

## 8. ANEXO

### 8.1. CODIGO FUENTE PROGRAMA MATLAB

#### 8.1.1. PROGRAMA PRINCIPAL

```

operacion = 6;
while (operacion~=0)
    clc;
    if operacion==6
        disp ('Por favor, introduzca los siguientes datos:')
        A=input('Ley de Paris; Valor de A [m/ciclo]:');
        m=input('Ley de Paris; Valor de m:');
        C=input('Ley de Forman; Valor de C [m/ciclo]:');
        n=input ('Ley de Forman; Valor de n:');
        ai=input ('Valor de longitud inicial de fisura [m]:');
        W=input('Valor del espesor [m]:');
        sigma_med=input('Valor de la tensión media [MPa]:');
        sigma_min=input('Valor de la tensión mínima [MPa]:');
        media=input ('Función normal- Valor de la media:');
        dt=input ('Función normal- Valor de la desviación
típica:');
        Kic=input('Valor del factor de intensidad de tensiones
crítico [MPa*m^1/2]:');
    end
    clc;

    fprintf('\n\n#####
#####\n');
    fprintf('#
                                VALORES DE LAS VARIABLES
#\n');

    fprintf('#####
###\n');
    fprintf(' A [m/ciclo] = %10.7g m =
%10.7g\n',A,m);

```

```

    fprintf(' C [m/ciclo]      =%10.7g      n      =
%10.7g\n', C,n);
    fprintf(' a0 [m]          = %10.7g      W [m]      =
%10.7g\n', ai,W);
    fprintf(' SMe [MPa]       = %10.7g      SMin [MPa]    =
%10.7g\n', sigma_med,sigma_min);
    fprintf(' media          = %10.7g      dt          =
%10.7g\n', media,dt);
    fprintf(' KIC [Mpa*m^1/2] = %10.7g \n',Kic);

fprintf('\n\n#####
#####\n');
    fprintf('#                                MÉTODOS DISPONIBLES
#\n')

fprintf('#####
#####\n');
    disp('1.- LEY DE PARIS y DE FORMAN CICLO A CICLO SIN
RESTRICCIÓN')
    disp('2.- LEY DE PARIS Y DE FORMAN CICLO A CICLO ELIMINANDO
CICLOS DE COMPRESIÓN')
    disp('3.- LEY DE PARIS Y DE FORMAN CICLO A CICLO TENIENDO EN
CUENTA EL UMBRAL DE FATIGA')
    disp('4.- LEY DE PARIS Y DE FORMAN: COMPARATIVA DE LOS TRES
MÉTODOS AL MISMO TIEMPO')
    disp('5.- LEY DE PARIS Y DE FORMAN: CICLOS DE AMPLITUD
CONSTANTES')
    disp('6.- CAMBIAR VALORES VARIABLES');
    disp('0.- SALIR')

fprintf('#####
#####\n');

operacion=input('Por favor, elija una opción:');

switch operacion
case 1

```

```

        [Np, Nf] =
calc_rotura_simple(A,m,C,n,W,ai,sigma_med,sigma_min,media,dt,Kic)
;
        input('Presione intro para continuar...');
        clc;

        case 2
            [Np, Nf] =
calc_rotura_sigmamin(A,m,C,n,W,ai,sigma_med,sigma_min,media,dt,Ki
c);
            input('Presione intro para continuar...');
            clc;

        case 3
            [Np, Nf] =
calc_rotura_umbral(A,m,C,n,W,ai,sigma_med,sigma_min,media,dt,Kic)
;
            input('Presione intro para continuar...');
            clc;
        case 5
            ac=input ('Por favor, introduzca el valor de longitud
crítica de fisura [m]:');
            [Np, Nf] =
integral_definida(A,m,C,n,Kic,ai,sigma_med,sigma_min,ac,W);
            input('Presione intro para continuar...');
            clc;

        case 4
            [Nps, Nfs, Npsm, Nfsm, Npu, Nfu] =
calc_rotura_total(A,m,C,n,W,ai,sigma_med,sigma_min,media,dt,Kic);
            input('Presione intro para continuar...');
            clc;

        case 0
            disp(';HASTA PRONTO!');

        otherwise
            disp(' No ha elegido una opción posible');
    end
end

```

### 8.1.2 SUBPROGRAMA LEY DE PARIS Y DE FORMAN CICLO A CICLO SIN RESTRICCIONES

```
function [Np, Nf] =
calc_rotura_simple(A,m,C,n,W,ai,sigma_med,sigma_min,media,dt,Kic)
%Inicializamos variables
Kp=0;
Kf=0;
Np=0;
Nf=0;
ant_inc_sigma = 0;
ant_sigma_max = 0;
ant_sigma_min = 0;
sigma_max = 0;
inc_sigma = 0;
sentido = 1;
time_forman = -1;
time_paris = -1;
%Al principio partimos tanto de Forman como de Paris con la misma
longitud
%de fisura
aip=ai;
aif=ai;
tic;

%Obtenemos el primer sigma_max, que debe
%ser mayor que sigma_min
while sigma_max<= sigma_min
    if dt==0
        sigma_max=sigma_med+normrnd(sigma_med,dt)-sigma_min;
    else
        sigma_max = sigma_med + normrnd(media,dt);
    end
    inc_sigma=sigma_max-sigma_min;
end

%Comenzamos los ciclos
while ((Kp<Kic) || (Kf<Kic))
    [ant_sigma_min, ant_sigma_max, ant_inc_sigma, sigma_max,
sigma_min, inc_sigma, sentido] = obtener_sigma(ant_sigma_min,
ant_sigma_max, ant_inc_sigma, sigma_med, sigma_max, sigma_min,
inc_sigma, sentido, media,dt);
    if Kp<Kic
        [aiip,betap]=obtener_a2_paris(aip,A,ant_inc_sigma,m,W);
        Np = Np + 1;
        Kp=ant_sigma_max*betap*sqrt(pi*aiip);
        aip=aiip;
    else
        if time_paris < 0
            time_paris = toc;
        end
    end
    if Kf<Kic
```



```

        [aiif, betaf] =
obtener_a2_forman(aif,C,ant_inc_sigma,n,W,ant_sigma_min,ant_sigma
_max,Kic);
        Nf = Nf + 1;
        Kf=ant_sigma_max*betaf*sqrt(pi*aiif);
        aif=aiif;
    else
        if time_forman < 0
            time_forman = toc;
        end
    end
end
if time_forman < 0
    time_forman = toc;
end
if time_paris < 0
    time_paris = toc;
end

fprintf('\nUsando la ley de PARIS(%.3g seg.), la placa romperá
pasados los siguientes ciclos: %d \n\n', time_paris, Np);
fprintf('Usando la ley de FORMAN(%.3g seg.), la placa romperá
pasados los siguientes ciclos: %d \n\n', time_forman, Nf);

end

%CÁLCULO DE SIGMA MÁX
function [ ant sigma min, ant sigma max, ant_inc sigma,
sigma_max, sigma_min, inc_sigma, sentido] =
obtener_sigma(ant_sigma_min, ant_sigma_max, ant_inc_sigma,
sigma_med, sigma_max, sigma_min, inc_sigma, sentido,media,dt)
format bank
cambio = 0;
while cambio == 0 %Sólo me interesa salir del bucle (y por lo
tanto contar ciclos) cuando dejo de crecer
    ant_inc_sigma = inc_sigma;
    ant_sigma_max = sigma_max;
    ant_sigma_min = sigma_min;

    %Calculo el siguiente sigma_max, sigma_min e incremento_sigma
    if dt==0
        sigma=sigma_med + normrnd(sigma_med,dt)-sigma_min;
    else
        sigma = sigma_med + normrnd(media,dt);
    end

    if sentido == 1
        if sigma > ant_sigma_max
            sigma_max = sigma;
        else
            if sigma < ant_sigma_max
                sigma_min = sigma;
            end
            cambio = 1;
        end
    else

```

```

        if sigma < ant_sigma_min
            sigma_min = sigma;
        else
            sigma_max = sigma;
            cambio = 1;
        end
    end

    inc_sigma=sigma_max-sigma_min;
    %Compruebo que paso de la zona de descarga a la zona de carga,
    por lo que
    %cambio el sentido, y como no quiero salirme del bucle hasta que
    deje de
    %crecer del todo pongo el cambio =0 y así no salgo del while
    if ((sentido == 0) && (cambio == 1))
        sentido = 1;
        cambio = 0;
    end
end

% Hemos dejado de cargar y por lo tanto hay que hacer un
% cambio de sentido
sentido=abs(sentido-1);
end

%CÁLCULO DE a2 PARIS
function [aiip,betap] = obtener_a2_paris(aip,A,ant_inc_sigma,m,W)
format long %nos muestra únicamente dos decimales
betap = 1.12274 - 0.231318*(aip/W) + 10.5503*(aip/W)^2 -
21.71*(aip/W)^3 + 30.3816*(aip/W)^4;
aiip=aip+A*((ant_inc_sigma*betap*sqrt(pi*aip))^m);
end

%CÁLCULO DE a2 FORMAN
function [aiif, betaf] =
obtener_a2_forman(aif,C,ant_inc_sigma,n,W,ant_sigma_min,ant_sigma_max,Kic)
format long %nos muestra únicamente dos decimales
betaf = 1.12274 - 0.231318*(aif/W) + 10.5503*(aif/W)^2 -
21.71*(aif/W)^3 + 30.3816*(aif/W)^4;
aiif=aif+C*((ant_inc_sigma*betaf*sqrt(pi*aif))^n)/(((1-
(ant_sigma_min/ant_sigma_max))*Kic)-
(ant_inc_sigma*betaf*sqrt(pi*aif))));
end

```

### 8.1.2. SUBPROGRAMA LEY DE PARIS Y DE FORMAN ELIMINANDO CICLOS DE COMPRESION

```
function [Np, Nf] =
calc_rotura_sigmamin(A,m,C,n,W,ai,sigma_med,sigma_min,media,dt,Ki
c)
%Inicializamos variables
Kp=0;
Kf=0;
Np=0;
Nf=0;
ant_inc_sigma = 0;
ant_sigma_max = 0;
ant_sigma_min = 0;
sigma_max = 0;
inc_sigma = 0;
sentido = 1;
time_forman = -1;
time_paris = -1;
%Al principio partimos tanto de Forman como de Paris con la misma
longitud
%de fisura
aip=ai;
aif=ai;
while sigma_min < 0
    disp('El valor de sigma_min en este caso debe ser positivo');
    sigma_min=input('Introduza un nuevo valor de sigma_min:');
end
tic;

%Obtenemos el primer sigma_max, que debe
%ser mayor que sigma_min
while sigma_max<= sigma_min
    if dt==0
        sigma_max=sigma_med+normrnd(sigma_med,dt)-sigma_min;
    else
        sigma_max = sigma_med + normrnd(media,dt);
    end
    inc_sigma=sigma_max-sigma_min;
end

%Comenzamos los ciclos
while ((Kp<Kic) || (Kf<Kic))
    [ant_sigma_min, ant_sigma_max, ant_inc_sigma, sigma_max,
sigma_min, inc_sigma, sentido] = obtener_sigma(ant_sigma_min,
ant_sigma_max, ant_inc_sigma, sigma_med, sigma_max, sigma_min,
inc_sigma, sentido, media,dt);
    if Kp<Kic
        [aiip,betap]=obtener_a2_paris(aip,A,ant_inc_sigma,m,W);
        Np = Np + 1;
        Kp=ant_sigma_max*betap*sqrt(pi*aiip);
        aip=aiip;
    else
```

```

        if time_paris < 0
            time_paris = toc;
        end
    end

    if Kf<Kic
        [aiif, betaf] =
obtener_a2_forman(aiif,C,ant_inc_sigma,n,W,ant_sigma_min,ant_sigma
_max,Kic);
        Nf = Nf + 1;
        Kf=ant_sigma_max*betaf*sqrt(pi*aiif);
        aiif=aiif;
    else
        if time_forman < 0
            time_forman = toc;
        end
    end
end
if time_forman < 0
    time_forman = toc;
end

if time_paris < 0
    time_paris = toc;
end

fprintf('\nUsando la ley de PARIS(.3g seg.), la placa romperá
pasados los siguientes ciclos: %d \n\n', time_paris, Np);
fprintf('Usando la ley de FORMAN(.3g seg.), la placa romperá
pasados los siguientes ciclos: %d \n\n', time_forman, Nf);

end

%CÁLCULO DE SIGMA MÁX
function [ ant_sigma_min, ant_sigma_max, ant_inc_sigma,
sigma_max, sigma_min, inc_sigma, sentido] =
obtener_sigma(ant_sigma_min, ant_sigma_max, ant_inc_sigma,
sigma_med, sigma_max, sigma_min, inc_sigma, sentido,media,dt)
format bank
cambio = 0;
while cambio == 0 %Sólo me interesa salir del bucle (y por lo
tanto contar ciclos) cuando deje de crecer
    ant_inc_sigma = inc_sigma;
    ant_sigma_max = sigma_max;
    ant_sigma_min = sigma_min;
    %Calculo el siguiente sigma_max,sigma_min e incremento_sigma
    if dt==0
        sigma=sigma_med + normrnd(sigma_med,dt)-sigma_min;
    else
        sigma = sigma_med + normrnd(media,dt);
    end

    %Compruebo que sigma es >=0
    if sigma<0
        sigma=0;
    end
end

```

```

    if sentido == 1
        if sigma > ant_sigma_max
            sigma_max = sigma;
        else
            if sigma < ant_sigma_min
                sigma_min = sigma;
            end
            cambio = 1;
        end
    else
        if ((sigma < ant_sigma_min) || (sigma == 0))
            sigma_min = sigma;
        else
            sigma_max = sigma;
            cambio = 1;
        end
    end

    inc_sigma=sigma_max-sigma_min;
%Compruebo que paso de la zona de descarga a la zona de carga,
por lo que
%cambio el sentido, y como no quiero salirme del bucle hasta que
deje de
%crecer del todo pongo el cambio =0 y así no salgo del while
    if ((sentido == 0) && (cambio == 1))
        sentido = 1;
        cambio = 0;
    end
end
% Hemos dejado de cargar y por lo tanto hay que hacer un
% cambio de sentido
sentido=abs(sentido-1);
end

%CÁLCULO DE a2 PARIS
function [aiip,betap] = obtener_a2_paris(aip,A,ant_inc_sigma,m,W)
format long %nos muestra únicamente dos decimales
betap = 1.12274 - 0.231318*(aip/W) + 10.5503*(aip/W)^2 -
21.71*(aip/W)^3 + 30.3816*(aip/W)^4;
aiip=aip+A*((ant_inc_sigma*betap*sqrt(pi*aip))^m);
end

%CÁLCULO DE a2 FORMAN
function [aiif, betaf] =
obtener_a2_forman(aif,C,ant_inc_sigma,n,W,ant_sigma_min,ant_sigma
_max,Kic)
format long %nos muestra únicamente dos decimales
betaf = 1.12274 - 0.231318*(aif/W) + 10.5503*(aif/W)^2 -
21.71*(aif/W)^3 + 30.3816*(aif/W)^4;
aiif=aif+C*(((ant_inc_sigma*betaf*sqrt(pi*aif))^n)/(((1-
(ant_sigma_min/ant_sigma_max))*Kic)-
(ant_inc_sigma*betaf*sqrt(pi*aif))));
end

```

### 8.1.3. SUBPROGRAMA CALCULAR LEY DE PARIS Y FORMAN TENIENDO EN CUENTA UMBRAL DE FATIGA

```
function [Np, Nf] =
calc_rotura_umbral(A,m,C,n,W,ai,sigma_med,sigma_min,media,dt,Kic)
%Inicializamos variables
Kp=0;
Kf=0;
Np=0;
Nf=0;
ant_inc_sigma = 0;
ant_sigma_max = 0;
ant_sigma_min = 0;
sigma_max = 0;
inc_sigma = 0;
sentido = 1;
time_forman = -1;
time_paris = -1;
%Al principio partimos tanto de Forman como de Paris con la misma
longitud
%de fisura
aip=ai;
aif=ai;
while sigma_min < 0
    disp('El valor de sigma_min en este caso debe ser positivo');
    sigma_min=input('Introduza un nuevo valor de sigma_min:');
end

tic;
%Obtenemos el primer sigma_max, que debe
%ser mayor que sigma_min
while sigma_max <= sigma_min
    if dt==0
        sigma_max=sigma_med+normrnd(sigma_med,dt)-sigma_min;
    else
        sigma_max = sigma_med + normrnd(media,dt);
    end
    inc_sigma=sigma_max-sigma_min;
end

%Comenzamos los ciclos
while ((Kp<Kic) || (Kf<Kic))
    [ant_sigma_min, ant_sigma_max, ant_inc_sigma, sigma_max,
sigma_min, inc_sigma, sentido] = obtener_sigma(ant_sigma_min,
ant_sigma_max, ant_inc_sigma, sigma_med, sigma_max, sigma_min,
inc_sigma, sentido, media,dt);
    %Comprobamos umbral

    if 0<=(ant_sigma_min/ant_sigma_max)<=0.1
        umbral=5.5;
    else
        umbral=7*(1-0.85*(ant_sigma_min/ant_sigma_max));
    end
end
```

```

    if Kp<Kic
        betap = 1.12274 - 0.231318*(aip/W) + 10.5503*(aip/W)^2 -
21.71*(aip/W)^3 + 30.3816*(aip/W)^4;
        inc_Kp=betap*ant_inc_sigma*sqrt(pi*aip);
        if inc_Kp<umbral
            aiip=aip;
        else
            aiip=aip+A*((ant_inc_sigma*betap*sqrt(pi*aip))^m);
        end
        Np = Np + 1;
        Kp=ant_sigma_max*betap*sqrt(pi*aiip);
        aip=aiip;
    else if time_paris < 0
        time_paris = toc;
    end
end
if Kf<Kic
    betaf = 1.12274 - 0.231318*(aif/W) + 10.5503*(aif/W)^2 -
21.71*(aif/W)^3 + 30.3816*(aif/W)^4;
    inc_Kf=betaf*ant_inc_sigma*sqrt(pi*aif);
    if inc_Kf<umbral
        aiif=aif;
    else
        aiif=aif+C*((ant_inc_sigma*betaf*sqrt(pi*aif))^n)/(((1-
(ant_sigma_min/ant_sigma_max))*Kic)-
(ant_inc_sigma*betaf*sqrt(pi*aif))));
    end
    Nf = Nf + 1;
    Kf=ant_sigma_max*betaf*sqrt(pi*aiif);
    aif=aiif;
    else if time_forman < 0
        time_forman = toc;
    end
end
end
if time_forman < 0
    time_forman = toc;
end
if time_paris < 0
    time_paris = toc;
end

fprintf('\nUsando la ley de PARIS(%.3g seg.), la placa romperá
pasados los siguientes ciclos: %d \n\n', time_paris, Np);
fprintf('Usando la ley de FORMAN(%.3g seg.), la placa romperá
pasados los siguientes ciclos: %d \n\n', time_forman, Nf);

end

%CÁLCULO DE SIGMA MÁX
function [ ant_sigma_min, ant_sigma_max, ant_inc_sigma,
sigma_max, sigma_min, inc_sigma, sentido] =

```

```

obtener_sigma(ant_sigma_min, ant_sigma_max, ant_inc_sigma,
sigma_med, sigma_max, sigma_min, inc_sigma, sentido, media, dt)
format bank

cambio = 0;
while cambio == 0 %Sólo me interesa salir del bucle (y por lo
tanto contar ciclos) cuando dejo de crecer
    ant_inc_sigma = inc_sigma;
    ant_sigma_max = sigma_max;
    ant_sigma_min = sigma_min;

    %Calculo el siguiente sigma_max, sigma_min e incremento_sigma
    if dt==0
        sigma=sigma_med + normrnd(sigma_med,dt)-sigma_min;
    else
        sigma = sigma_med + normrnd(media,dt);
    end

    %Compruebo que sigma es >=0
    if sigma<0
        sigma=0;
    end

    if sentido == 1
        if sigma > ant_sigma_max
            sigma_max = sigma;
        else
            if sigma < ant_sigma_min
                sigma_min = sigma;
            end
            cambio = 1;
        end
    else
        if ((sigma < ant_sigma_min) || (sigma == 0))
            sigma_min = sigma;
        else
            sigma_max = sigma;
            cambio = 1;
        end
    end
    inc_sigma=sigma_max-sigma_min;

    %Compruebo que paso de la zona de descarga a la zona de carga,
    por lo que
    %cambio el sentido, y como no quiero salirme del bucle hasta que
    deje de
    %crecer del todo pongo el cambio =0 y así no salgo del while
    if ((sentido == 0) && (cambio == 1))
        sentido = 1;
        cambio = 0;
    end
end
% Hemos dejado de cargar y por lo tanto hay que hacer un
% cambio de sentido
sentido=abs(sentido-1);
end

```



#### 8.1.4. SUBPROGRAMA CALCULAR LEY DE PARIS Y DE FORMAN: COMPARATIVA DE LOS TRES MÉTODOS AL MISMO TIEMPO

```
function [Nps, Nfs, Npsm, Nfsm, Npu, Nfu] =
calc_rotura_total(A,m,C,n,W,ai,sigma_med,sigma_min,media,dt,Kic)

%Inicializamos variables
Kps=0;
Kfs=0;
Nps=0;
Nfs=0;
Kpsm=0;
Kfsm=0;
Npsm=0;
Nfsm=0;
Kpu=0;
Kfu=0;
Npu=0;
Nfu=0;
ant_inc_sigma = 0;
ant_sigma_max = 0;
ant_sigma_min = 0;
sigma_max = 0;
inc_sigma = 0;
sentido = 1;
time_forman_s = -1;
time_forman_sm = -1;
time_forman_u = -1;
time_paris_s = -1;
time_paris_sm = -1;
time_paris_u = -1;
%Al principio partimos tanto de Forman como de Paris con la misma
longitud
%de fisura
aips=ai;
aifs=ai;
aipsm=ai;
aifsm=ai;
aipu=ai;
aifu=ai;
tic;

%Obtenemos el primer sigma_max, que debe
%ser mayor que sigma_min
while sigma_max<= sigma_min
    if dt==0
        sigma_max=sigma_med+normrnd(sigma_med,dt)-sigma_min;
    else
        sigma_max = sigma_med + normrnd(media,dt);
    end
    inc_sigma=sigma_max-sigma_min;
end
```

```

%Comenzamos los ciclos
while (((Kps<Kic) || (Kfs<Kic) || (Kpsm<Kic) || (Kfsm<Kic) ||
(Kpu<Kic) || (Kfu<Kic)) && (toc < 7200) )
%input('-----');
[ant_sigma_min, ant_sigma_max, ant_inc_sigma, sigma_max,
sigma_min, inc_sigma, sentido] = obtener_sigma(ant_sigma_min,
ant_sigma_max, ant_inc_sigma, sigma_med, sigma_max, sigma_min,
inc_sigma, sentido, media,dt);

%fprintf('SIGMA: [%10.7g]\n',ant_sigma_max);

%ROTURA SIMPLE
if Kps<Kic

[aiips,betaps]=obtener_a2_paris(aips,A,ant_inc_sigma,m,W);

    Nps = Nps + 1;
    Kps=ant_sigma_max*betaps*sqrt(pi*aiips);
    aips=aiips;
else
    if time_paris_s < 0
        time_paris_s = toc;
    end
end

    if Kfs<Kic
        [aiifs, betafs] =
obtener_a2_forman(aifs,C,ant_inc_sigma,n,W,ant_sigma_min,ant_sigma_max,Kic);
        Nfs = Nfs + 1;
        Kfs=ant_sigma_max*betafs*sqrt(pi*aiifs);
        aifs=aiifs;
    else
        if time_forman_s < 0
            time_forman_s = toc;
        end
    end
end

%ROTURA SIGMA_MIN
%fprintf('ROTURA SIGMA_MIN:');
    if ant_sigma_max > 0
        if Kpsm<Kic
            if ant_sigma_min < 0

[aiipsm,betapsm]=obtener_a2_paris(aiipsm,A,ant_inc_sigma +
ant_sigma_min,m,W);
                else

[aiipsm,betapsm]=obtener_a2_paris(aiipsm,A,ant_inc_sigma,m,W);
                    end
                    Npsm = Npsm + 1;
                    Kpsm=ant_sigma_max*betapsm*sqrt(pi*aiipsm);
                    aiipsm=aiipsm;
%                    fprintf('NciclosP:%10.7g / Kp:%10.7g / ',Npsm,Kpsm);
                else
                    if time_paris_sm < 0

```

```

        time_paris_sm = toc;
    end
end

    if Kfsm<Kic
        if ant_sigma_min < 0
            [aiifsm, betafsm] =
obtener_a2_forman(aifsm,C,ant_inc_sigma +
ant_sigma_min,n,W,0,ant_sigma_max,Kic);
        else
            [aiifsm, betafsm] =
obtener_a2_forman(aifsm,C,ant_inc_sigma,n,W,ant_sigma_min,ant_sig
ma_max,Kic);
        end
        Nfsm = Nfsm + 1;
        Kfsm=ant_sigma_max*betafsm*sqrt(pi*aiifsm);
        aifsm=aiifsm;
%           fprintf('NciclosF:%10.7g / Kf:%10.7g
',Nfsm,Kfsm);
    else
        if time_forman_sm < 0
            time_forman_sm = toc;
        end
    end

end

%           fprintf(']\n');

%ROTURA UMBRAL
%fprintf('ROTURA UMBRAL:[]');
    if ant_sigma_max > 0
        if ant_sigma_min < 0
            umbral=5.5;
        else
            if 0<=(ant_sigma_min/ant_sigma_max)<=0.1
                umbral=5.5;
            else
                umbral=7*(1-0.85*(ant_sigma_min/ant_sigma_max));
            end
        end
    end

    if Kpu<Kic
        betapu = 1.12274 - 0.231318*(aipu/W) +
10.5503*(aipu/W)^2 - 21.71*(aipu/W)^3 + 30.3816*(aipu/W)^4;
        if ant_sigma_min <= 0
            inc_Kp=betapu*(ant_inc_sigma +
ant_sigma_min)*sqrt(pi*aipu);
        else
            inc_Kp=betapu*ant_inc_sigma*sqrt(pi*aipu);
        end
        if inc_Kp<umbral
            aiipu=aipu;
        else
            if ant_sigma_min <= 0
                aiipu=aipu+A*((ant_inc_sigma +
ant_sigma_min)*betapu*sqrt(pi*aipu))^m);
            end
        end
    end
end
end

```

```

        else
aiipu=aiipu+A*((ant_inc_sigma*betapu*sqrt(pi*aiipu))^m);
        end
    end
    Npu = Npu + 1;
    Kpu=ant_sigma_max*betapu*sqrt(pi*aiipu);
    aiipu=aiipu;
else
    if time_paris_u < 0
        time_paris_u = toc;
    end
end

if Kfu<Kic
    betafu = 1.12274 - 0.231318*(aifu/W) +
10.5503*(aifu/W)^2 - 21.71*(aifu/W)^3 + 30.3816*(aifu/W)^4;
    if ant_sigma_min <= 0
        inc_Kf=betafu*(ant_inc_sigma +
ant_sigma_min)*sqrt(pi*aifu);
    else
        inc_Kf=betafu*ant_inc_sigma*sqrt(pi*aifu);
    end
    if inc_Kf<umbral
        aiifu=aifu;
    else
        if ant_sigma_min <= 0
            aiifu=aifu+C*(((ant_inc_sigma +
ant_sigma_min)*betafu*sqrt(pi*aifu))^n)/((Kic-((ant_inc_sigma +
ant_sigma_min)*betafu*sqrt(pi*aifu)))));
        else
aiifu=aifu+C*(((ant_inc_sigma*betafu*sqrt(pi*aifu))^n)/(((1-
(ant_sigma_min/ant_sigma_max))*Kic)-
(ant_inc_sigma*betafu*sqrt(pi*aifu)))));
        end
    end
    Nfu = Nfu + 1;
    Kfu=ant_sigma_max*betafu*sqrt(pi*aiifu);
    aiifu=aiifu;
else
    if time_forman_u < 0
        time_forman_u = toc;
    end
end
end

end

if time_forman_s < 0
    time_forman_s = toc;
end
if time_paris_s < 0
    time_paris_s = toc;
end
if time_forman_sm < 0

```

```

        time_forman_sm = toc;
end
if time_paris_sm < 0
    time_paris_sm = toc;
end
if time_forman_u < 0
    time_forman_u = toc;
end
if time_paris_u < 0
    time_paris_u = toc;
end

fprintf('\nUsando la ley de PARIS SIN RESTRICCIONES(%.3g seg.),
la probeta romperá pasados los siguientes ciclos: %d \n\n',
time_paris_s, Nps);
fprintf('Usando la ley de FORMAN SIN RESTRICCIONES(%.3g seg.),
la placa romperá pasados los siguientes ciclos: %d \n\n',
time_forman_s, Nfs);
fprintf('Usando la ley de PARIS ELIMINANDO CICLOS DE
COMPRESIÓN(%.3g seg.), la placa romperá pasados los siguientes
ciclos: %d \n\n', time_paris_sm, Npsm);
fprintf('Usando la ley de FORMAN ELIMINANDO CICLOS DE
COMPRESIÓN(%.3g seg.), la placa romperá pasados los siguientes
ciclos: %d \n\n', time_forman_sm, Nfsm);
fprintf('Usando la ley de PARIS TENIENDO EN CUENTA EL UMBRAL DE
FATIGA(%.3g seg.), la placa romperá pasados los siguientes
ciclos: %d \n\n', time_paris_u, Npu);
fprintf('Usando la ley de FORMAN TENIENDO EN CUENTA EL UMBRAL
DE FATIGA(%.3g seg.), la placa romperá pasados los siguientes
ciclos: %d \n\n', time_forman_u, Nfu);

end

%CÁLCULO DE SIGMA MÁX

function [ ant_sigma_min, ant_sigma_max, ant_inc_sigma,
sigma_max, sigma_min, inc_sigma, sentido] =
obtener_sigma(ant_sigma_min, ant_sigma_max, ant_inc_sigma,
sigma_med, sigma_max, sigma_min, inc_sigma, sentido, media, dt)
format bank
cambio = 0;
while cambio == 0 %Sólo me interesa salir del bucle (y por lo
tanto contar ciclos) cuando dejo de crecer
    ant_inc_sigma = inc_sigma;
    ant_sigma_max = sigma_max;
    ant_sigma_min = sigma_min;
    %Calculo el siguiente sigma_max, sigma_min e incremento_sigma
    if dt==0
        sigma=sigma_med + normrnd(sigma_med,dt)-sigma_min;
    else
        sigma = sigma_med + normrnd(media,dt);
    end
    %Compruebo que sigma es >=0
    %if sigma<0
    %    sigma=0;

```

```

    %end
    if sentido == 1
    if sigma > ant_sigma_max
        sigma_max = sigma;
    else
        if sigma < ant_sigma_max
            sigma_min = sigma;
        end
        cambio = 1;
    end
else
    if sigma < ant_sigma_min
        sigma_min = sigma;
    else
        sigma_max = sigma;
        cambio = 1;
    end
end

inc_sigma=sigma_max-sigma_min;
%Compruebo que paso de la zona de descarga a la zona de carga,
por lo que
%cambio el sentido, y como no quiero salirme del bucle hasta que
deje de
%crecer del todo pongo el cambio =0 y así no salgo del while
    if ((sentido == 0) && (cambio == 1))
        sentido = 1;
        cambio = 0;
    end
end

% Hemos dejado de cargar y por lo tanto hay que hacer un
% cambio de sentido
sentido=abs(sentido-1);
end

%CÁLCULO DE a2 PARIS
function [aiip,betap] = obtener_a2_paris(aip,A,ant_inc_sigma,m,W)
format long %nos muestra únicamente dos decimales
betap = 1.12274 - 0.231318*(aip/W) + 10.5503*(aip/W)^2 -
21.71*(aip/W)^3 + 30.3816*(aip/W)^4;
aiip=aip+A*((ant_inc_sigma*betap*sqrt(pi*aip))^m);
end

%CÁLCULO DE a2 FORMAN
function [aiif, betaf] =
obtener_a2_forman(aif,C,ant_inc_sigma,n,W,ant_sigma_min,ant_sigma_max,Kic)
format long %nos muestra únicamente dos decimales
betaf = 1.12274 - 0.231318*(aif/W) + 10.5503*(aif/W)^2 -
21.71*(aif/W)^3 + 30.3816*(aif/W)^4;
aiif=aif+C*((ant_inc_sigma*betaf*sqrt(pi*aif))^n)/(((1-
(ant_sigma_min/ant_sigma_max))*Kic)-
(ant_inc_sigma*betaf*sqrt(pi*aif))));
end

```

## 8.1.5. LEY DE PARIS Y DE FORMAN: CICLOS DE AMPLITUD CONSTANTE

```

function
[Ip,If]=integral_definida(A,m,C,n,Kic,a0,sigma_med,sigma_min,ac,W
);
tic;
sigma_max=(sigma_med*2)-sigma_min;
beta=1.12274-0.231318*(ac/W)+10.5503*(ac/W)^2-
21.71*(ac/W)^3+30.3816*(ac/W)^4;
inc_sigma=sigma_max-sigma_min;

%INTEGRACIÓN DE LA LEY DE FORMAN
f=@(a)((1-(sigma_min/sigma_max))*Kic-
(inc_sigma*beta*sqrt(pi*a)))./
(C*(((inc_sigma*beta*sqrt(pi*a)).^n))));
If=quad(f,a0,ac);
time_forman = toc;

%INTEGRACIÓN DE LA LEY DE PARIS
f=@(a)(1./(A*(beta*inc_sigma*sqrt(pi*a)).^m));
Ip=quad(f,a0,ac);
time_paris = toc;

fprintf('\nIntegrando la ley de PARIS(%.3g seg.), la placa
romperá pasados los siguientes ciclos: %g \n\n', time_paris, Ip);
fprintf('Integrando la ley de FORMAN(%.3g seg.), la placa romperá
pasados los siguientes ciclos: %g \n\n', time_forman, If);

end

```

*Capítulo 9.*

# BIBLIOGRAFÍA



## 9. BIBLIOGRAFÍA

---

- [1] *A trusted source for fatigue analysis*. Recuperado en Febrero de 2015, de eFatigue: [https://www.efatigue.com/training/Chapter\\_6.pdf](https://www.efatigue.com/training/Chapter_6.pdf)
- [2] Abelkis P.R., P. J. (1977). *Service Fatigue Loads Monitoring, Simulation, and Analysis*. Atlanta: ASTM.
- [3] Alarcón, H. J. (Agosto de 2005). Análisis de fatiga en la estructura del helicóptero Bell UH-1H por medio del software Afgrow. *TFC*. Valdivia: Universidad Austral de Chile.
- [4] Albañil, H. H., & Espejo Mora, É. (2002). *Mecánica de fractura y análisis de falla* (Primera ed.). Bogotá: Colección Sede.
- [5] Anderson, T. (1995). *Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications* (Segunda ed.). Texas: CRC Press.
- [6] *ASM Aerospace Specification Metals Inc*. Recuperado en Junio de 2015, de ASM: <http://asm.matweb.com/>
- [7] Avilés, R. (2015). *Métodos de Cálculo de fatiga para Ingeniería* (Primera ed.). Madrid: Paraninfo.
- [8] C, F. A. (Julio de 2010). *INGENIERÍA Y CONSTRUCCIÓN*. Recuperado en Abril de 2015, de <http://facingyconst.blogspot.com.es/>
- [9] *Comportamiento en Rotura: Fractura súbita y Tenacidad*. (s.f.). Recuperado en Mayo de 2015, de UNIVERSIDAD DE CANTABRIA: [ocw.unican.es](http://ocw.unican.es)

- [10] Documentación de la asignatura Diseño de Máquinas. Departamento de Ingeniería Mecánica. 3º de Ingeniería Técnica Industrial: Mecánica. Universidad Carlos III de Madrid.
- [11] Documentación de la asignatura Fractura y Fatiga de Componentes Mecánicos. Departamento de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras. 4º de Ingeniería Industrial: Especialidad Máquinas y Estructuras. Universidad Carlos III de Madrid.
- [12] Documentación de la asignatura Tecnología de Máquinas. Departamento de Ingeniería Mecánica. 4º de Ingeniería Industrial: Especialidad Máquinas y Estructuras. Universidad Carlos III, Madrid.
- [13] Documentación de la asignatura Tecnología de Materiales. Departamento de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras y Departamento de Ciencia e Ingeniería de Materiales e Ingeniería Química. 4º Ingeniería Industrial. Universidad Carlos III Madrid.
- [14] *FATIGA DE LOS MATERIALES*. (s.f.). Recuperado en Abril de 2015, de UNIVERSIDAD DE VALLADOLID: [www.uva.es](http://www.uva.es)
- [15] Kolkovska, B. C. (Agosto de 2010). Análisis Estadístico de Fatiga Bajo Cargas Aleatorias. *TESIS DOCTORAL*. Guanajuato: CIMAT.
- [16] L. Lawson, E. C. (1999). Near-threshold fatigue: a review. *International Journal of Fatigue*, Págs. S15-S34. Recuperado en 03 de 2015, de <http://courses.washington.edu/mengr541/ramulu/541/notes/fatiguethreshold%20review.pdf>

- [17] *MathWorks*. (s.f.). Recuperado en Enero de 2015, de <http://es.mathworks.com/>
- [18] Medina, L. J. (Junio de 2010). Fatiga de aleaciones de aluminio aeronáutico con nuevos tipo de anodizado de bajo impacto ambiental y varios espesores de recubrimiento. *DOCTORADO EN INGENIERÍA CIVIL*. A Coruña: UNIVERSIDADE DA CORUÑA .
- [19] MORALES, M. B. (Mayo de 2002). Variabilidad en el crecimiento de grietas por fatiga bajo cargas aleatorias. *TESIS DOCTORAL*. Málaga: UNIVERSIDAD DE MÁLAGA .
- [20] Ortolá, S. (Mayo de 2012). *INGENIERÍA DE MATERIALES*. Recuperado en Mayo de 2015, de [www.ingenieriademateriales.com](http://www.ingenieriademateriales.com)
- [21] PARKER, A. (1981). *The Mechanics of Fracture and Fatigue* (Vol. I). (E. & Spon, Ed.) London ; New York .
- [22] *Propiedades mecánicas: Dureza y Tenacidad a la fractura*. Recuperado en Febrero de 2015 , de UNIVERSIDAD DE CÁDIZ: [www.uca.edu.es](http://www.uca.edu.es)
- [23] *RECINTO DE BAYAMÓN*. Obtenido de Introducción al Análisis de Fatiga o Durabilidad: <http://facultad.bayamon.inter.edu/>
- [24] Roberto Brighenti, A. C. (2013). Damage mechanics and Paris regime in fatigue life assessment of metals. (I. J. Piping, Ed.) *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 57-68. Recuperado en Marzo de 2015, de [https://air.unipr.it/retrieve/handle/11381/2560845/12195/57J\\_122\\_JPVP.pdf](https://air.unipr.it/retrieve/handle/11381/2560845/12195/57J_122_JPVP.pdf)

- [25]       RUSCHAU, J. J. (Noviembre de 1978). COMPLETE FATIGUE CRACK GROWTH RATE CURVES FOR ALUMINUM ALLOY 2124-T851 INCLUDING TYPICAL CRACK GROWTH MODELS. Págs. 26. Dayton, OHIO.
- [26]       Tina L. Panontin, S. D. (1999). *Fatigue and Fracture Mechanics* (Vol. XXIX). Conshohocken: ASTM 1332.
- [27]       Velázquez, G. (2004). *Mecánica de la Fractura* (Segunda ed.). México: Limusa.

